

DOI: 10.19951/j.cnki.1672-9331.20230531001

文章编号: 1672-9331(2023)04-0047-08

引用格式: 刘维杰, 宁越. 基于精确色散 Boussinesq 方程的珊瑚礁波浪传播模拟[J]. 长沙理工大学学报(自然科学版), 2023, 20(4): 47-54.

Citation: LIU Weijie, NING Yue. Numerical simulation of wave propagation over coral reef bathymetries based on fully-dispersive Boussinesq equations.[J]. J Changsha Univ Sci Tech (Nat Sci), 2023, 20(4): 47-54.

基于精确色散 Boussinesq 方程的珊瑚礁波浪传播模拟

刘维杰¹, 宁越^{1,2}

(1. 浙江大学 海洋学院, 浙江 舟山 316021; 2. 上饶师范学院 历史地理与旅游学院, 江西 上饶 334001)

摘要:【目的】提高激波捕捉类 Boussinesq 模型预测珊瑚礁地形上次重力波空间分布的准确性。【方法】基于具有精确色散性能的 Boussinesq 方程构建混合数值格式的数值模型, 并对二维以及三维珊瑚礁地形上的波浪传播进行了数值模拟。【结果】相比目前较为流行的弱色散激波捕捉类模型, 本文模型可更为准确地模拟二维珊瑚礁地形上的波能转换特征以及相应的次重力波空间分布, 同时, 本文模型对于三维珊瑚礁-裂口-潟湖地形上的波浪传播问题也具有较好的适应性。但由于控制方程的弱非线性, 本文模型对于礁前陡坡上波浪浅化和潟湖上波高的预测仍有一定差异, 且方程中的卷积项也会降低模型的计算效率。【结论】控制方程的色散性能应是限制激波捕捉类 Boussinesq 模型模拟珊瑚礁次重力波准确性的主要因素, 如何在保持方程色散性的情况下兼顾模型的非线性性能和计算效率应是后续激波捕捉类 Boussinesq 模型在珊瑚礁地形上改进的主要方向。

关键词: 精确色散; Boussinesq 方程; 珊瑚礁地形; 次重力波; 激波捕捉; 波浪传播

中图分类号: TV148

文献标志码: A

0 引言

珊瑚礁由造礁石珊瑚遗骸经过长期作用堆积而成, 广泛分布于亚热带和热带海域。随着珊瑚礁工程活动的增多, 与之相关的水动力问题也成为近岸水动力学研究的热点之一^[1], 其中波浪是珊瑚礁海域的主要水动力因素, 准确高效地模拟重现珊瑚礁地形上的波浪传播过程对于珊瑚礁海域的防灾减灾、工程设计维护等具有重要意义。

近几十年来, 学者们在实验室和现场尺度下成功应用了一系列模拟珊瑚礁波浪传播的数值模型。由于波浪在珊瑚礁陡变地形上的传播过程较为复杂, 目前国内外研究普遍采用相位识别模型, 其中 Boussinesq 模型因其能综合考虑波浪的非线性和色散性, 且计算效率较高, 得到了最为广泛的应用。由于 Boussinesq 方程本身不具备处理波浪

破碎的能力, 需要通过某些数值手段模拟波浪破碎衰减, 较为流行的处理方法是在动量方程中加入经验破碎耗散项, 例如波面水滚项^[2]、紊动黏滞项^[3-4]等。结合经验破碎处理方法, Boussinesq 模型已被证明能合理地模拟珊瑚礁地形上规则波、不规则波、孤立波的传播过程^[5-9]。但经验破碎耗散项需要引入大量参数控制波浪破碎开始至结束的衰减过程, 且不同地形需要对相关参数进行率定, 因此增加了计算过程中人为因素产生的不确定性, 降低了模型的通用性。

近年来, 随着数值求解方法的不断发展, 学者们也提出了采用有限体积法和有限差分法混合数值格式的 Boussinesq 模型^[10-13], 例如美国特拉华大学开发的开源 FUNWAVE-TVD 模型^[11], 该模型一经提出便在业界得到了广泛应用。由于引入了有限体积法, 该类模型最大的特点是可将 Boussinesq 方程退化为具有激波能力的非线性浅水方程处理波浪破碎, 无

收稿日期: 2023-05-31; 修回日期: 2023-07-04; 接受日期: 2023-07-06

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(LY21E090007); 国家自然科学基金项目(51809234)

通信作者: 刘维杰(1987—)(ORCID: 0000-0001-9416-1160), 男, 副教授, 主要从事波浪水动力方面的研究。

E-mail: weijieliu@zju.edu.cn

须在动量方程额外添加经验破碎耗散项,减少了需要人为率定的经验参数,破碎处理更为简单自然。此外,相比传统有限差分数值格式,该类模型不容易产生高频数值振荡,具有更好的数值稳定性。目前,该类模型在近岸缓坡地形上已经得到了充分的验证^[11-12],部分学者也利用该类模型模拟了珊瑚礁陡变地形上的波浪传播^[13-17],进一步证明了激波捕捉破碎处理方法良好的通用性,即无须在珊瑚礁地形上率定经验参数。但对于不规则波传播的模拟,该类模型仍存在低估珊瑚礁低频次重力波高的问题^[15-17],且由于波浪破碎以及次重力波生成演化涉及的物理机制和过程较为复杂,上述问题产生的原因尚无合理解释。

当前混合数值格式的 Boussinesq 模型均采用弱色散的非线性方程,而珊瑚礁海域次重力波的生成和演化主要与地形水深剧烈变化情况下不规则波高低频能量的转化有关^[18-19],为此本文尝试采用具有精确色散的非线性 Boussinesq 方程开发混合数值格式模型,通过与试验数据对比,重点探究本文模型模拟珊瑚礁地形上次重力波空间分布的能力,以期混合数值格式 Boussinesq 模型在珊瑚礁地形上的改进提供一定借鉴。

1 模型构建

本文模型控制方程是基于 Karambas-Memos (K-M) 提出的水平二维完全色散性 Boussinesq 方程(K-M)^[20]推导而得。K-M 的连续性和动量方程表达式如下:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(DU)}{\partial x} + \frac{\partial(DV)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \\ C_x + R_{fx} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \\ C_y + R_{fy} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式中: η 代表水面高程; $D = (h + \eta)$ 表示总水深; h 为静水水深; g 为重力加速度; U 和 V 分别为 x 和 y 方向的水深平均速度; R_{fx} 和 R_{fy} 分别为 x 和 y 方向上的底部摩擦项,其表达式为结合曼宁系数的二次项; C_x 和 C_y 是卷积形式的压力梯度项,表达式为:

$$C_x = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \eta}{\partial x} (x - \xi_1, y - \xi_2, t) - \frac{\partial \eta}{\partial x} \right] K(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (4)$$

$$C_y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \eta}{\partial y} (x - \xi_1, y - \xi_2, t) - \frac{\partial \eta}{\partial y} \right] K(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (5)$$

式中: $K(x, y)$ 为傅里叶变换内核; ξ_1 和 ξ_2 为二重积分变量。上述卷积项可使 K-M 方程不受水深限制,具备完全色散性能,相比其他精确色散的 Boussinesq 方程, K-M 方程含有更少的偏导数项,便于采用混合数值格式求解。

为了采用有限差分/有限体积混合数值格式,本研究进一步推导了 K-M 方程的守恒形式,推导过程中以水平体积通量 $M = (M_x, M_y) = (DU, DV)$ 代替原方程的深度平均速度作为守恒变量,则连续性方程(1)可改写为:

$$\frac{\partial(h + \eta)}{\partial t} + \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

以 x 方向为例,动量方程左右两边同乘以 D 可得:

$$\begin{aligned} (h + \eta) \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) + g(h + \eta) \frac{\partial \eta}{\partial y} = \\ -(h + \eta) C_x - (h + \eta) R_{fx} \end{aligned} \quad (7)$$

考虑导数分解恒等式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial[(h + \eta)U]}{\partial t} + \frac{\partial[(h + \eta)UU]}{\partial x} + \frac{\partial[(h + \eta)UV]}{\partial y} = \\ (h + \eta) \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \\ U \left[\frac{\partial(h + \eta)}{\partial t} + \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

x 方向的动量方程可改写为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M_x^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M_x M_y}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \\ -D(C_x + R_{fx}) \end{aligned} \quad (9)$$

同理,可得 y 方向动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M_y^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M_x M_y}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} = \\ -D(C_y + R_{fy}) \end{aligned} \quad (10)$$

又考虑水面梯度项分为两部分:

$$gD \nabla \eta = \nabla \left[\frac{1}{2} g(\eta^2 + 2h\eta) \right] - g\eta \nabla h \quad (11)$$

则动量方程(9)和(10)可进一步改写为:

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M_x^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M_x M_y}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} g(\eta^2 + 2h\eta) \right] = g\eta \frac{\partial h}{\partial x} - D(C_x + R_{fx}) \quad (12)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M_y^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M_x M_y}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} g(\eta^2 + 2h\eta) \right] = g\eta \frac{\partial h}{\partial y} - D(C_y + R_{fy}) \quad (13)$$

方程(1)、(12)和(13)即为本研究模型混合数值格式求解的守恒形式控制方程。控制方程中的空间导数项通过有限差分法计算,数值通量由有限体积法采用HLL格式的黎曼近似计算,并采用MUSCL-TVD格式对界面左右两侧通量进行数值重构以提高模型空间上的精度。卷积压力梯度项采用具有二阶精度的复合辛普森法数值计算获得。时间离散采用3阶强稳定保守型的龙格-库塔法。模型造波采用ZHANG等^[21]的海绵层技术生成规则波或不规则波,海绵层同时具有造波和吸收反射波的功能。模型的具体数值方法可参考笔者前期研究^[22]。基于混合数值格式,本文模型设置波面升高和静水深比值为0.8时判定波浪破碎,此时 Boussinesq 方程退化为非线性浅水方程,

以激波捕捉方式处理波浪破碎。

2 验证结果

2.1 二维珊瑚礁地形

利用二维珊瑚礁地形上的试验数据验证本文模型模拟不规则波传播的可靠性。试验数据选取NING等^[16]的研究成果,他们在二维水槽中测量了珊瑚礁地形上包括波浪爬坡的不规则波传播过程。基于其物理模型试验设置,本节的数值水槽设置如图1所示,数值水槽全长27.00 m,造波海绵层长5.00 m,礁前斜坡坡度为1:3,坡脚距离海绵层右侧12.75 m。礁坪宽度5.00 m,后接有坡度为1:11.9的斜坡模拟礁后海岸。试验物理模型表面材料为不锈钢板,经查证本节数值模型曼宁系数设置为0.012。

本节验证的两组工况如表1所示,其中 h_0 为礁前水深, h_r 为礁坪水深, H_s 为入射波有效波高, T_p 为入射波谱峰周期,入射不规则波采用Jonswap谱。各工况模拟时长为900 s,并选取中段400 s的波动样本数据进行波谱和波高计算,采样频率为50 Hz。经网格敏感性分析,本节数值模型验证结果仅展示网格大小为 $\Delta x = 0.02$ m的计算结果。

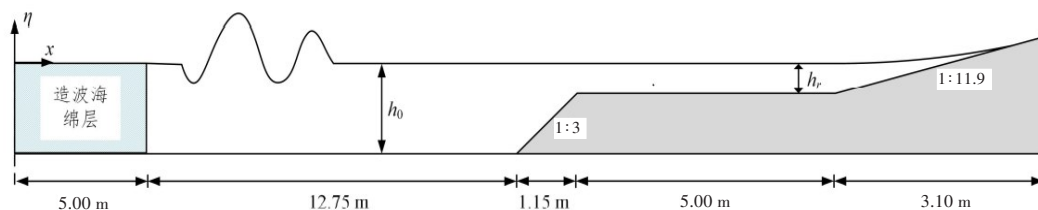


图1 二维地形的数值水槽设置

Fig. 1 Numerical setup of 2D bathymetry

表1 二维地形验证工况

Table 1 Wave cases of 2D bathymetry

工况	h_0/m	h_r/m	H_s/m	T_p/s
1	0.443	0.06	0.04	1.25
2	0.443	0.04	0.06	1.25

图2为本文模型计算的工况1和工况2的短波波高、次重力波波高和平均水位与试验数据的对比图,图中也展示了FUNWAVE-TVD(弱色散)的计算结果。此外,本节也采用了预测系数 S 量化本文模型和FUNWAVE-TVD的计算准确性, S 的计算公式如下:

$$S = 1 - \frac{\sum (|x_p - x_m|)^2}{\sum (|x_p - \bar{x}_m| + |x_m - \bar{x}_m|)^2} \quad (14)$$

式中: x_p 和 x_m 分别为预测值和实测值; \bar{x}_m 为实测数据的平均值; S 值越接近1表示数值模拟结果越准确。表2罗列了两种模型的预测系数。

如图2和表2所示,总体上本文模型合理地预测了二维珊瑚礁地形上的短波波高、次重力波波高和平均水位的分布。对于短波波高和平均水位,本文模型和FUNWAVE-TVD的计算结果较为接近,短波波高的预测系数均达到了0.95以上。对

于次重力波波高,本文模型在礁坪上的计算结果明显更接近试验数据,预测系数均达到0.90以上,而FUNWAVE-TVD的预测系数仅为0.6~0.8。图3进一步展示了工况1和工况2部分测点位置处本文模型计算的波谱与试验数据的对比,图中也展示了FUNWAVE-TVD的计算结果。图中G4在礁缘位置,G5在礁坪中部,G6在礁后斜坡附近。

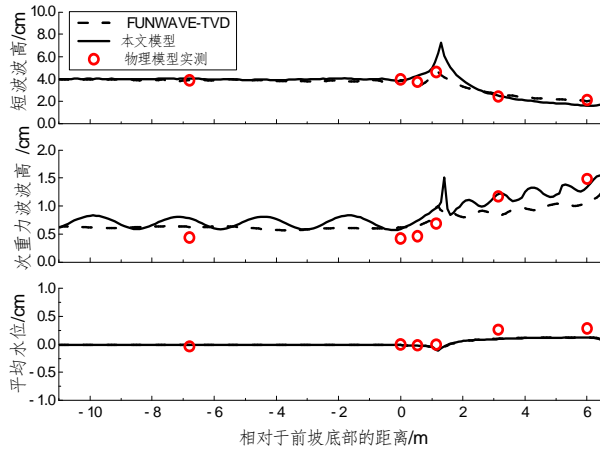
如图3所示,在G4位置处,本模型与FUNWAVE-TVD的计算结果比较接近;在G5位置处,本模型和FUNWAVE-TVD对高频段波谱均有所高估,对低频段波谱均有所低估,但本模型的计算结果在高频段和低频段均更接近试验值;在G6

位置处,本文模型计算结果在高频段和低频段也更接近试验值。由此可见,相比FUNWAVE-TVD,具备精确色散性能的本文模型能更合理地预测波能在礁坪上从高频向低频转移的现象,从而更为准确地预测礁坪上的低频次重力波波高。

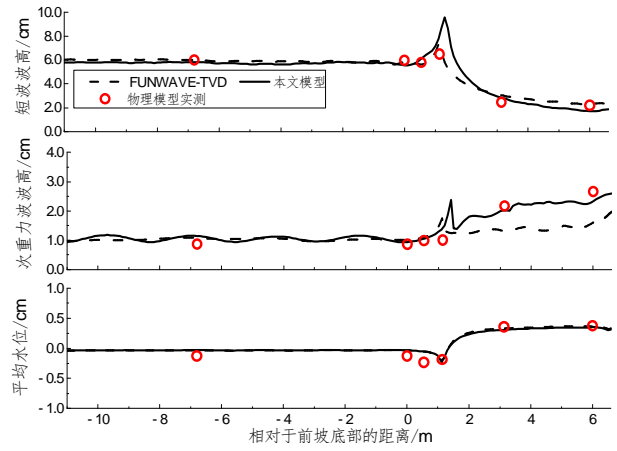
表2 两种模型的预测系数

Table 2 Skill scores of two numerical models

波例		FUNWAVE-TVD	本文模型
1	短波波高	0.994	0.951
	次重力波	0.746	0.901
	平均水位	0.802	0.799
2	短波波高	0.985	0.972
	次重力波	0.668	0.961
	平均水位	0.911	0.902



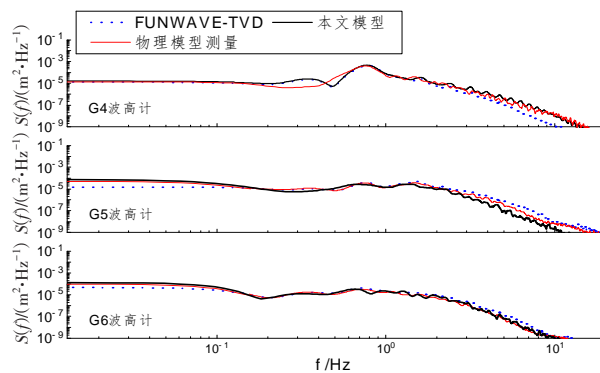
(a) 工况1



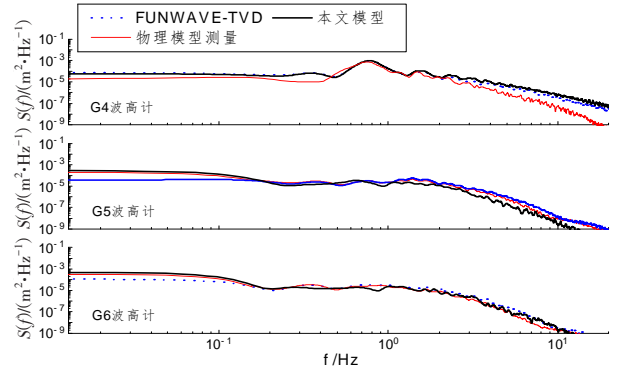
(b) 工况2

图2 二维珊瑚礁地形上的数值计算结果

Fig. 2 Numerical results of 2D bathymetry



(a) 工况1



(b) 工况2

图3 二维地形上波谱的数值计算结果

Fig. 3 Numerical results of wave spectra over the 2D bathymetry

2.1 三维珊瑚礁-裂口-潟湖地形

在完成二维珊瑚礁地形的验证后,本研究进一步将本文模型应用于ZHENG等^[23]的三维珊瑚礁-裂口-潟湖地形。ZHENG等根据法属波利尼

西亚 Moorea 岛 Paopao 湾区域的珊瑚礁地形实测资料,建立了几何比尺为1:50的珊瑚礁-潟湖-裂口系统物理模型,测量分析了该地形上波浪传播、爬坡、流场分布以及波生环流等特征。基于ZHENG

等的物理模型试验,本节数值港池基本设置的俯视图和侧视图如图4所示。港池长62.0 m,宽36.0 m,港池南北两侧设置有 Larsen-Dancy 型海绵层^[24]以消除反射波,礁前斜坡坡度1:8,裂口和潟湖两侧坡度都为1:1,海岸斜坡坡度为1:3。造波海绵层宽5.0 m,右侧距离礁前斜坡坡脚34.0 m。港池物理模型表面材料为水泥,经查证设置本节数值模型的曼宁系数为0.015。试验中沿A-A截面布置有若干波高计(G1~G15)记录波浪传播过程。本节选取了两组工况(如表3所示)的试验数据作为参照,各工况模拟时长为700 s,并选取波浪稳定后400 s的波动样本数据进行波谱和波高计算,采样

频率为50 Hz。经网格敏感性分析,本节数值模型设置的网格大小为 $\Delta x = 0.025$ m、 $\Delta y = 0.05$ m。

表3 三维地形验证工况

Table 3 Wave cases of 3D bathymetry

工况	h_0/m	h_r/m	H_s/m	T_p/s
3	0.44	0.04	0.06	2
4	0.50	0.10	0.06	2

图5展示了工况3和工况4本文模型计算的有效短波波高 H_{ss} 、次重力波波高 H_{lc} 在A-A截面上的空间分布与试验数据的对比。总体上本文模型能够合理地重现各工况 H_{ss} 和 H_{lc} 的空间分布特征。

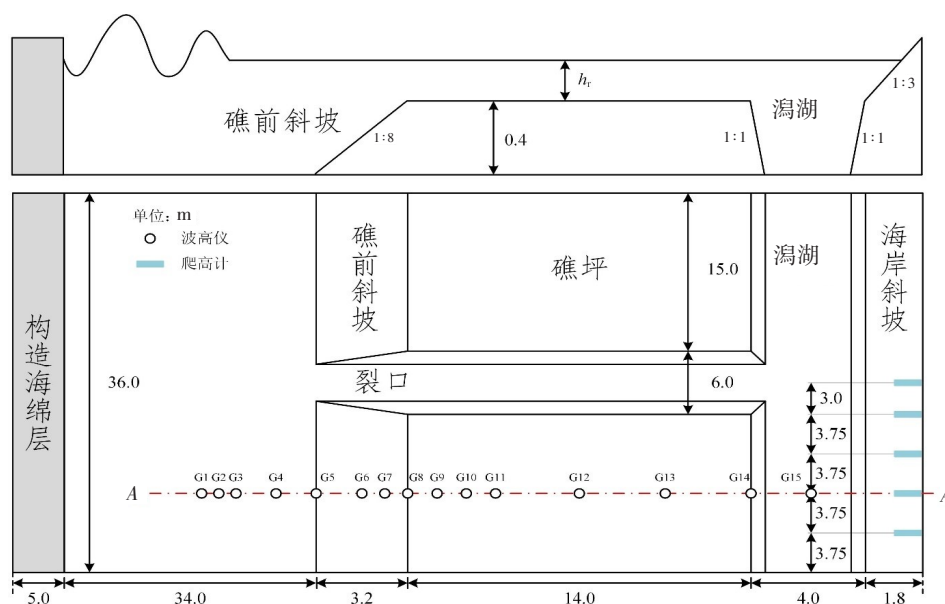


图4 三维地形的数值水槽设置

Fig. 4 Numerical setup of 3D bathymetry

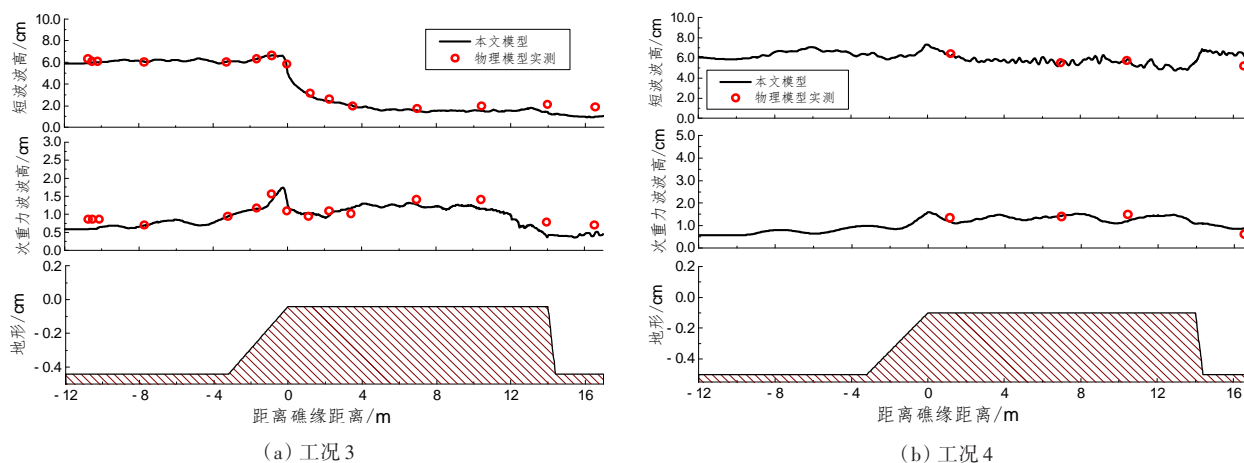


图5 三维地形上的数值计算结果

Fig. 5 Numerical results of 3D bathymetry

不同于二维珊瑚岸礁地形,珊瑚礁礁坪上以及潟湖的波动由短波波动主导,且潟湖的存在会降低最终海岸线附近的次重力波波高,本文模型基本反映了上述波高的空间变化特征。对于礁坪水深较小的工况3,模型计算的礁前和礁坪上方的有效短波波高与实测数据的吻合较好,而潟湖上方有效短波波高的计算值略低于实测值。同样,模型计算的礁坪上方的次重力波波高 H_{1c} 也与实测值吻合较好,而在潟湖上方,模型计算的次重力波波高略低于实测值。对于礁坪水深较大的工况3,模型计算的礁前和礁坪上方的有效短波波高与实测数据的吻合较好,潟湖上方有效短波波高的计算值略高于实测值,而次重力波波高的预测值与实测值均吻合较好。

3 讨论

在前人的研究中,部分学者将FUNWAVE-TVD低估珊瑚礁次重力波的原因归结为激波捕捉处理波浪破碎的方法过于简单^[15]。而基于本文二维珊瑚礁地形的验证结果可知,相比弱色散的FUNWAVE-TVD,具备全色散性能的本文模型可更为准确地模拟珊瑚礁地形上次重力波波高的空间分布。由此可见,方程的色散性能应该是限制激波捕捉类 Boussinesq 模型预测珊瑚礁次重力波波高准确性的主要因素之一。需要指出的是本文模型计算的破碎点附近的波峰明显高于FUNWAVE-TVD的计算结果(图2),该现象主要是由于本文模型的控制方程属于弱非线性,对于波浪在礁前陡坡上的浅化模拟仍不够准确。但结合图2的模拟结果可知,通过采用激波捕捉的破碎处理方式,本文模型的弱非线性对波浪破碎后的波高预测没有太大影响,该现象也在本文模型对斜坡地形上波浪破碎的计算结果中得到验证^[22]。

同时,由于采用混合数值格式的数值解法,本文模型属于水平二维的波浪计算模型,可直接应用于三维地形上的数值计算。基于本文图5的验证结果可知本文模型对于三维珊瑚礁-裂口-潟湖复杂地形上的波浪传播也具备良好的适用性,但对于潟湖上方的波高预测,本文模型的预测结果仍然存在一定的差异。这应该也是由于本文模型

方程的弱非线性所致。根据本文笔者的研究^[22],在水深由浅变深的地形上,如潜堤后水域,本文模型的计算结果往往不尽理想。此外,本文模型的动量方程采用了卷积形式的压力梯度项,计算时需要保证二维卷积项在 x 、 y 方向都至少有 $\pm 4h$ 的积分范围,因此,尽管本文模型的控制方程较为简单,数值模型构建也较为方便,但相比FUNWAVE-TVD,本文模型的计算效率也较低,计算耗时大致为FUNWAVE-TVD模型的三至五倍。

4 结论

本研究基于具备精确色散性能的 Boussinesq 方程构建了具备激波捕捉能力的混合数值格式数值模型,并采用该模型对二维以及三维珊瑚礁地形上的波浪传播进行了数值模拟。相比当前较为流行的开源模型FUNWAVE-TVD模型,本文模型可更为准确地模拟二维珊瑚礁地形上的波能转换以及相应的次重力波空间分布特征,说明控制方程的色散性应是限制激波捕捉类 Boussinesq 模型预测珊瑚礁次重力波波高准确性的主要因素之一。同时,本文模型也可合理地预测三维珊瑚礁-裂口-潟湖地形上的波浪传播。但目前本文模型的控制方程为弱非线性,对于波浪浅化和潟湖上波高的预测仍有一定差异,且方程含有的卷积压力梯度项会降低模型的计算效率。因此,如何在保持方程色散性的情况下兼顾模型的非线性性能和计算效率是后续模型改进的主要方向。

[参考文献]

- [1] MONISMITH S G. Hydrodynamics of coral reefs [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2007, 39: 37-55. DOI: 10.1146/annurev.fluid.38.050304.092125.
- [2] SCHÄFFER H A, MADSEN P A, DEIGAARD R. A Boussinesq model for waves breaking in shallow water [J]. Coastal Engineering, 1993, 20 (3/4): 185-202. DOI: 10.1016/0378-3839(93)90001-0.
- [3] ZELT J A. The run-up of nonbreaking and breaking solitary waves [J]. Coastal Engineering, 1991, 15 (3): 205-246. DOI: 10.1016/0378-3839(91)90003-Y.
- [4] KENNEDY A B, CHEN Q, KIRBY J T, et al. Boussinesq modeling of wave transformation, breaking, and runup. I: 1D [J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2000, 126 (1): 39-47. DOI:

- 10.1061/(asce)0733-950x(2000)126:1(39).
- [5] SKOTNER C, APELT C J. Application of a Boussinesq model for the computation of breaking waves [J]. *Ocean Engineering*, 1999, 26 (10) : 905–925. DOI: 10.1016/s0029-8018(98)00035-3.
- [6] YAO Y, HUANG Z H, MONISMITH S G, et al. 1DH Boussinesq modeling of wave transformation over fringing reefs [J]. *Ocean Engineering*, 2012, 47: 30–42. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2012.03.010.
- [7] SHIMOZONO T, TAJIMA Y, KENNEDY A B, et al. Combined infragravity wave and sea-swell runup over fringing reefs by super typhoon Haiyan [J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2015, 120 (6) : 4463–4486. DOI: 10.1002/2015jc010760.
- [8] YAO Y, HE F, TANG Z J, et al. A study of tsunami-like solitary wave transformation and run-up over fringing reefs [J]. *Ocean Engineering*, 2018, 149: 142–155. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.12.020.
- [9] YAO Y, ZHANG Q M, BECKER J M, et al. Boussinesq modeling of wave processes in field fringing reef environments [J]. *Applied Ocean Research*, 2020, 95: 102025. DOI: 10.1016/j.apor.2019.102025.
- [10] KIM D H, LYNETT P J, SOCOLOFSKY S A. A depth-integrated model for weakly dispersive, turbulent, and rotational fluid flows [J]. *Ocean Modelling*, 2009, 27 (3–4) : 198–214. DOI: 10.1016/j.ocemod.2009.01.005.
- [11] SHI F Y, KIRBY J T, HARRIS J C, et al. A high-order adaptive time-stepping TVD solver for Boussinesq modeling of breaking waves and coastal inundation [J]. *Ocean Modelling*, 2012, 43/44: 36–51. DOI: 10.1016/j.ocemod.2011.12.004.
- [12] KAZOLEA M, DELIS A I, NIKOLOS I K, et al. An unstructured finite volume numerical scheme for extended 2D Boussinesq-type equations [J]. *Coastal Engineering*, 2012, 69: 42–66. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2012.05.008.
- [13] FANG K, LIU Z B, ZOU Z. Fully nonlinear modeling wave transformation over fringing reefs using shock-capturing boussinesq model [J]. *Journal of Coastal Research*, 2015, 32 (1) : 164. DOI: 10.2112/jcoastres-d-15-00004.1.
- [14] ROEBER V, CHEUNG K F. Boussinesq-type model for energetic breaking waves in fringing reef environments [J]. *Coastal Engineering*, 2012, 70: 1–20. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2012.06.001.
- [15] SU S F, MA G F, HSU T W. Boussinesq modeling of spatial variability of infragravity waves on fringing reefs [J]. *Ocean Engineering*, 2015, 101: 78–92. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.04.022.
- [16] NING Y, LIU W J, ZHAO X Z, et al. Study of irregular wave run-up over fringing reefs based on a shock-capturing Boussinesq model [J]. *Applied Ocean Research*, 2019, 84: 216–224. DOI: 10.1016/j.apor.2019.01.013.
- [17] 刘雨诗, 刘维杰, 赵西增, 等. 基于激波捕捉类 Boussinesq 模型对岛礁地形上波浪传播的数值模拟 [J]. *海洋工程*, 2019, 37 (5) : 48–56. DOI: 10.16483/j.issn.1005-9865.2019.05.006.
- LIU Yushi, LIU Weijie, ZHAO Xizeng, et al. Shock-capturing Boussinesq modelling of wave transformation over fringing reefs [J]. *The Ocean Engineering*, 2019, 37 (5) : 48–56. DOI: 10.16483/j.issn.1005-9865.2019.05.006.
- [18] HERBERS T H C, BURTON M C. Nonlinear shoaling of directionally spread waves on a beach [J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1997, 102 (C9) : 21101–21114. DOI: 10.1029/97jc01581.
- [19] MADSEN P A, SØRENSEN O R, SCHÄFFER H A. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. part II: surf beat and swash oscillations for wave groups and irregular waves [J]. *Coastal Engineering*, 1997, 32 (4) : 289–319. DOI: 10.1016/S0378-3839(97)00029-X.
- [20] KARAMBAS T V, MEMOS C D. Boussinesq model for weakly nonlinear fully dispersive water waves [J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 2009, 135 (5) : 187–199. DOI: 10.1061/(asce)0733-950x(2009)135:5(187).
- [21] ZHANG Y, KENNEDY A B, PANDA N, et al. Generating-absorbing sponge layers for phase-resolving wave models [J]. *Coastal Engineering*, 2014, 84: 1–9. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2013.10.019.
- [22] LIU W J, NING Y, SHI F Y, SHI F, et al. A 2DH fully dispersive and weakly nonlinear Boussinesq-type model based on a finite-volume and finite-difference TVD-type scheme [J]. *Ocean Modelling*, 2020, 147: 101559. DOI: 10.1016/j.ocemod.2019.101559.
- [23] ZHENG J H, YAO Y, CHEN S G, et al. Laboratory study on wave-induced setup and wave-driven current in a 2DH reef-lagoon-channel system [J]. *Coastal Engineering*, 2020, 162: 103772. DOI: 10.1016/j.coastaleng.2020.103772.
- [24] LARSEN J, DANCY H. Open boundaries in short wave simulations: a new approach [J]. *Coastal Engineering*, 1983, 7 (3) : 285–297. DOI: 10.1016/0378-3839(83)90022-4.

Numerical simulation of wave propagation over coral reef bathymetries based on fully-dispersive Boussinesq equations.

LIU Weijie¹, NING Yue^{1,2}

(1.Ocean College, Zhejiang University, Zhoushan 316021, China;

2.College of History, Geography and Tourism, Shangrao Normal University, Shangrao 334001, China)

Abstract: [Purposes] The aim of this study is to improve the accuracy of shock-capturing Boussinesq model in predicting the spatial distribution of infragravity wave over coral reef bathymetries. [Methods] This study proposed a hybrid numerical scheme model based on a set of fully-dispersive Boussinesq equations and applied the model to simulate wave propagation over two-dimensional and three-dimensional coral reef bathymetries. [Findings] The results show that compared with currently popular weak dispersive shock-capturing model, the present model can simulate the wave energy transfer and the corresponding spatial distribution of infragravity waves over two-dimensional coral reef topography more accurately. Moreover, the present model is also suitable for wave propagation over the three-dimensional reef-channel-lagoon bathymetry. However, due to the weak nonlinearity of the governing equations, there are still some differences in the prediction of shallow water effect of waves on the fore-reef steep slope and wave height in the lagoon, and the computational efficiency of the convolution terms of in the governing equations also reduce the computational efficiency of the model. [Conclusions] Therefore, the dispersion performance of the governing equations should be the main factor limiting the accuracy of shock-capturing Boussinesq model in predicting infragravity waves over coral reefs. Future improvement of the shock-capturing Boussinesq model for coral reef topography should consider nonlinear performance and computational efficiency of the model while maintaining the dispersion property of the equations.

Key words: fully dispersive; Boussinesq equations; coral reef bathymetries; infragravity wave; shock-capturing scheme; wave propagation

Manuscript received: 2023-05-31; **revised:** 2023-07-04; **accepted:** 2023-07-06

Foundation item: Project (LY21E090007) supported by Natural Science Foundation of Zhejiang province; Project (51809234) supported by the National Natural Science Foundation of China

Corresponding author: LIU Weijie (1987—) (ORCID: 0000-0001-9416-1160), male, associate professor, research interest: wave hydrodynamics. E-mail: weijieliu@zju.edu.cn

(责任编辑:赵冰;校对:刘平;英文编辑:许从昊)