

《先进制造·可靠性与安全性》专栏

[编者按]:产品或系统的生命周期始于对需求的识别。传统产品设计主要聚焦于产品生命周期的获取阶段,偏重于产品的功能设计。为了得到具有竞争力的产品,产品设计需要考虑范围广泛的要求,包括可靠性、安全性、制造性、维修性、测试性和保障性等。这些要求涵盖产品生命周期各个阶段,针对这些要求所开展的产品设计工作被称为性能设计。它是现代设计区别于传统设计的显著标志。可靠性和安全性在这些要求中占据着显著的位置。为此,本刊特推出《先进制造·可靠性与安全性》专栏。

本期专栏包括3篇可靠性、2篇安全性方面的文章。它们分别涉及“基于田口方法的可靠性改进”“故障预测方法综述”“多部件生产系统的维修决策建模与优化”“自动驾驶汽车碰撞安全性研究综述”和“交通事故黑点识别与风险分析”。尽管挂一漏万,但求能收“窥一斑而见全豹”之效。

本期专栏主编简介:

蒋仁言,长沙理工大学教授,享受国务院政府特殊津贴专家,昆士兰大学机械工程博士,多伦多大学博士后。主要研究领域为质量、可靠性与维修理论。完成国家级科研项目5项、参与国家重点研发计划项目1项;发表论文240多篇,出版专著5本。入选2014—2018年爱思唯尔(Elsevier)“中国高被引学者”(Highly Cited Chinese Researchers)榜单,入选2020年斯坦福大学发布的全球前2%科学家榜单。国际杂志 *Reliability Engineering & System Safety*, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering* 和 *International Journal of Reliability and Applications* 编委。

DOI:10.19951/j.cnki.1672-9331.20221019002

文章编号:1672-9331(2023)02-0001-09

引用格式:蒋仁言,刘超.基于田口可靠性试验的截尾数据处理方法[J].长沙理工大学学报(自然科学版),2023,20(2):1-9.

Citation: JIANG Renyan, LIU Chao. A method to handle censored data generated by Taguchi reliability experiments [J]. J Changsha Univ Sci Tech (Nat Sci), 2023, 20(2): 1-9.

基于田口可靠性试验的截尾数据处理方法

蒋仁言,刘超

(长沙理工大学 汽车与机械工程学院,湖南 长沙 410114)

摘 要:【目的】当田口方法用于产品可靠性改进时,作为响应变量的寿命的观测数据通常是截尾的。对于截尾数据,田口数据分析方法不再适用,需寻求新的数据处理方法解此问题。【方法】提出威布尔分位函数近似法估计右截尾时间的中位剩余寿命,并用截尾时间和中位剩余寿命之和代替右截尾寿命,从而将不完全数据变换为完全数据,进而完成田口数据分析。【结果】通过两个仿真数例,说明了采用所提出方法得到的中位剩余寿命估计是相对精确的、稳健的;通过一个实例,说明了该方法的有用性。【结论】本文为可靠性改进试验数据分析提供了一个简单有效的数据处理方法。

关键词:田口方法;可靠性改进;截尾数据;威布尔分位函数;中位剩余寿命

中图分类号:TB114.3

文献标志码:A

收稿日期:2022-10-19;修回日期:2022-12-01;接受日期:2022-12-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71771029)

通信作者:蒋仁言(1956—)(ORCID:0000-0002-4688-5065),男,教授,主要从事质量、可靠性和维修理论方面的研究。

E-mail:jiang@uscst.edu.cn

投稿网址: <http://cslgxbzk.csust.edu.cn/cslgdxzbzk/home>

0 引言

为了使产品或系统的性能对不可控因素(称为噪声)不敏感,日本质量工程专家田口玄一引入正交设计、信噪比的概念和试验数据统计分析方法,用于识别关键的可控因素(或设计变量),并确定其最优水平,这一整套理论被称为田口方法^[1]。虽然田口方法的某些方面可以改进,但其基本思想得到质量工程领域专家的高度肯定^[2-10],并迅速在各行各业得到广泛应用,尤其是在制造过程的工艺参数优化方面^[11-18]。

随着研究工作的深入,作为质量改进工具的田口方法也被应用于产品可靠性改进。例如,工业恒温器、荧光灯、雨刮器开关、氦氛激光器、钻头等的可靠性改进^[19-24]。当田口方法用于可靠性改进时,输出性能或响应是寿命或退化量^[22,25]。为了减少试验时间和成本,试验常常在所有试件失效(或达到失效阈值)之前中止,从而得到右截尾数据。另一种情况是输出变量的状态不是连续观测的,而是每隔一段时间观测一次,从而得到区间数据^[26]。对于不完全数据,田口方法、响应面法等传统试验数据分析方法不再适用。为此,不得不引入某些假设。例如,对于一个只含区间数据和右截尾数据的实例,GUO等^[25]引入下述简化:①对于区间数据,用区间中点代替;②对于右截尾数据,将其处理为失效数据。显然,前一个简化是可以接受的,而后一个简化是明显不合理的。对此问题,文献[27]提出一个加权最小平方方法估计右截尾数据的平均剩余寿命,然后用截尾时间与平均剩余寿命之和替代截尾数据。为估计平均剩余寿命,首先以升序排列数据,然后拟合失效时间得到以数据序号为变量的幂律模型,最后用拟合的模型外推得到平均剩余寿命估计。该方法对前述简化方法做了显著改进,适用于定时或定数截尾数据。对于定时或定数截尾数据,排序后的数据的序号与分布函数的非参平均估计成正比。因此,排序后数据的图形(即以序号为横坐标,以寿命为纵坐标的图形)与一个非负随机变量的分位函数的图形相似。对于一个具有钟形概率密度函数的分布,其分位函数是反S形的(见图1)。这

样,对于一系列不完全数组,对应于外推部分的图形趋势是凹的;对应于观测部分的图形趋势一般是凸的。而幂律模型的形状总是凹的或凸的,以至于从它外推得到的平均剩余寿命估计的精度欠佳。

针对文献[27]的上述不足,本文提出用威布尔分布的分位函数替代幂律模型,用中位剩余寿命替代平均剩余寿命。因为威布尔分位函数是反S形的,估计中位剩余寿命比估计平均剩余寿命更容易,该方法能使剩余寿命估计更精确、更简单。本文通过两个仿真数例,说明采用所提出方法得到的中位剩余寿命估计的精确性和稳健性;通过一个实例,说明该方法的有用性。本研究为基于田口方法的可靠性改进试验数据分析提供一个实用的分析方法。

本文第1节给出中位剩余寿命估计方法。第2节通过数例例证其合理性,第3节通过实例例证其有用性。第4节总结全文。

1 中位剩余寿命估计方法

1.1 威布尔分位寿命函数

随机寿命 T 的威布尔分布函数 $F(t)$ 为:

$$F(t) = 1 - \exp[-(t/\eta)^\beta] \quad (1)$$

式中: η 为尺度参数, $\eta > 0$; β 为形状参数, $\beta > 0$ 。

令 $x = F(t)$,从式(1)得到威布尔分位寿命函数 $\varphi(x)$ 为:

$$t_x = \varphi(x) = \eta [-\ln(1 - x)]^{1/\beta} \quad (2)$$

式中: t_x 也被称为可靠寿命; x 为自变量。

机电产品元件的寿命一般服从 $\beta > 1$ 的威布尔分布。图1显示了平均寿命 $\mu = 100.0$, $\beta = 1.5$ 、2.5和3.5时的威布尔分位寿命函数。由图1可见,当 $\beta > 1$ 时,它是反S形的,其拐点对应于密度函数的众数(mode)。

两种典型的寿命试验是定时截尾试验(类型I截尾)和定数截尾试验(类型II截尾)。试验结果可写成下面的形式:

$$t_1 \leq t_2 \leq \cdots \leq t_m \leq \tau(n - m) \quad (3)$$

式中: t_m 为第 m 个失效时间; m 是失效单元数; n 是单元总数; τ 是定时截尾试验的截尾时间或定数截

尾试验的第 m 个失效时间(即 $\tau=t_m$);符号 $\tau(n-m)$ 表示 $n-m$ 个截尾时间。数组的截尾度被定义为 $c=1-m/n$ 。如果 $c>0.5$,数组被称为高度截尾的^[28-30]。数组(3)的非参分布函数估计为:

$$x_i = F(t_i) \approx i/(n+1), 1 \leq i \leq m \quad (4)$$

数据可呈示在以 x_i 为横坐标、 t_i 为纵坐标的坐标系中,其图形为经验分位寿命图。

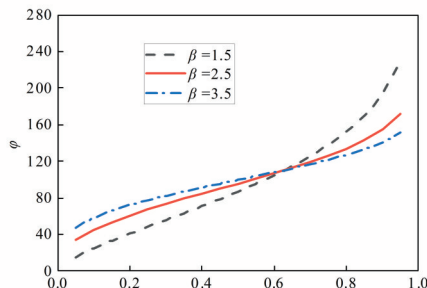


图1 威布尔分位寿命的图形

Fig. 1 Plots of Weibull fractile lifetime

1.2 中位剩余寿命

可靠性函数为 $R(t)=1-F(t)$ 。 $t>\tau$ 条件下的可靠性函数 $R_c(t)$ 为:

$$R_c(t) = R(t)/R(\tau), t > \tau \quad (5)$$

对于威布尔分布,从式(1)和(5)得:

$$R_c(t) = \exp[(\tau/\eta)^\beta - (t/\eta)^\beta] \quad (6)$$

令 $m(\tau)$ 为 $t=\tau$ 时的中位剩余寿命, $t_\tau=\tau+m(\tau)$ 为有截尾中位寿命(median life with censoring), t_τ 是下式的解:

$$R_c(t_\tau) = 0.5 \quad (7)$$

从式(6)和(7)得:

$$t_\tau = \eta [\ln(2) + (\tau/\eta)^\beta]^{1/\beta} \quad (8)$$

中位剩余寿命和平均剩余寿命均描述剩余寿命的大小,但中位剩余寿命的估计对极端值不敏感,且比平均剩余寿命更易计算。因此,本文采用有截尾中位剩余寿命作为一个右截尾数据在 $t>\tau$ 时的失效时间的代表值。这样,不完全数组(3)可以写为下面的完全数组:

$$t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_m \leq t_\tau(n-m) \quad (9)$$

现在的问题是如何估计 t_τ 的值。

1.3 有截尾中位寿命的加权最小平方估计

考虑两种情况:① 数组(3)来自一个威布尔分

布;② 数组(3)来自几个不同威布尔分布的混合。

对于第一种情况,可用极大似然法拟合数据到威布尔分布。当数组是高度截尾时,可用最小平方拟合式(4)所示经验分位寿命函数到式(2)。即通过最小化下面的误差平方和(用 Q 表示)估计参数 β 和 η :

$$Q = \sum_{i=1}^m [\varphi(x_i) - t_i]^2 \quad (10)$$

且满足以下两个约束条件:

$$\beta \geq 1, \varphi(x_{m+1}) \geq \tau \quad (11)$$

令 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\eta}$ 分别为 β 和 η 的估计,将 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\eta}$ 代入式(8)可得 t_τ 的估计。

在田口可靠性改进试验的背景下,数据一般属于上述第二种情况。对此情况,为估计一个右截尾时间所对应的 t_τ 值,假定在 $t=\tau$ 的邻域,数据来自一个或多个相似的分布,它们可近似地由一个威布尔分布表示。基于这个假定,可采用加权最小平方估计参数 β 和 η 。令 $w(i)$ 为数据点 t_i 的权($i=1,2,\dots,m$),式(10)可修改为:

$$Q_w = \sum_{i=1}^m w(i) [\varphi(x_i) - t_i]^2 \quad (12)$$

式中: Q_w 是加权误差平方和。通过最小化 Q_w ,并满足约束条件(11),可得到 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\eta}$ 。

注意到,上式中 $w(i)$ 的和不必是1。理由如下,令:

$$W = \sum_{i=1}^m w(i) \quad (13)$$

记 w_i^* 为归一化的权, $w_i^*=w(i)/W$ 。将 $w(i)=Ww_i^*$ 代入式(12)得:

$$Q_w^* = Q_w/W = \sum_{i=1}^m w_i^* [\varphi(x_i) - t_i]^2 \quad (14)$$

显然, Q_w^* 是基于归一化权的加权误差平方和;通过最小化 Q_w 与最小化 Q_w^* 所得参数估计是相同的。

现在关键的问题是确定权函数的表达式及其参数的值。权函数必须给 $i=m$ 附近的数据以大的权值(越靠近 $i=m$, 权重越大)。正态密度函数的指数部分已被广泛使用作为权函数^[31-33]:

$$w(i) = \exp[-(i-m)^2/(2\sigma^2)] \quad (15)$$

式中: σ 的取值决定“邻域”的大小, σ 越大“邻域”越大;反过来,我们也可以根据要求的邻域大小来确定 σ 的值。显然, $w(m)=1$; 当 $i \ll m$, $w(i) \approx 0$ 。根据 3σ 规则,“ $i \ll m$ ”相当于 $i < m-3\sigma$ 。设想有效邻

域是 $i=(m-i_0+1, m-i_0+2, \dots, m-1, m)$, 共有 i_0 个点。对于一个给定的 i_0 , 我们要求 $w(m-i_0+1)=0.1$ 。将这个条件代入式(15)得:

$$\sigma = 0.466(i_0 - 1) \quad (16)$$

注意到, 待估参数的个数为2, 这要求 $m \geq 3$ 。因为寿命试验的样本一般不大, 这要求一个小的“邻域”。因此, 取 $i_0=5$, 故 $\sigma=1.864$ 。一旦权函数被确定, 采用加权最小平方方法得到参数 β 和 η 的估计, t_r 的估计值由式(8)计算。

如果各子体的分布相差不是很大, 混合模型可用一个威布尔分布近似表示。对此情况, 我们可用极大似然法估计 β 和 η 。这意味着我们有两个估计 t_r 的方法。当数组是非严重截尾时, 极大似然法应作为首选; 否则, 加权最小平方方法应作为估计 t_r 的首选。一般地, 我们可同时采用两种方法估计 t_r , 并审查两者之间的差异。这将帮助我们判断 t_r 估计的稳健性, 差异越小, 估计越稳健。

2 方法合理性例证

为了评价所提方法的精确性, 本文采用仿真方法生成数据。数例1的数据来自一个威布尔分布; 数例2的数据来自一个威布尔混合模型。

2.1 数例1

设想某元件的寿命服从 $\beta=2.5$ 和平均寿命 $\mu=100.0$ 的威布尔分布。其尺度参数 $\eta=\mu/\Gamma(1+1/\beta)=112.7$, 式中 Γ 是伽马函数。模仿无替换定时截尾试验, 截尾时间 $\tau=80.0$, 样本量为 $n=30$ 。从式(8)得 $t_r=117.8$ 。随机生成的失效时间为:

$$(t_i, 1 \leq i \leq 9) = (38.0, 50.7, 54.5, 58.4, 60.3, 63.0, 70.9, 73.8, 76.9) \quad (17)$$

其余21个数据右截尾数 $\tau=80.0$, 截尾度为70.0%。数据以分位寿命函数的形式显示在图2。

若数据是高度截尾的, 经典参数估计方法不能提供稳定的估计^[28]。例如, 用极大似然法估计的威布尔参数和 t_r 显示在表1的第3列; 它们的相对误差显示在第4列。可以看出, μ 和 t_r 的估计精度是可以接受的, 但 β 被大大地过估计。

表1最后两列显示由加权最小平方方法所得参数的估计和相对误差。可以看出, β 的估计精度是

高的; μ 和 t_r 的估计是非常精确的。

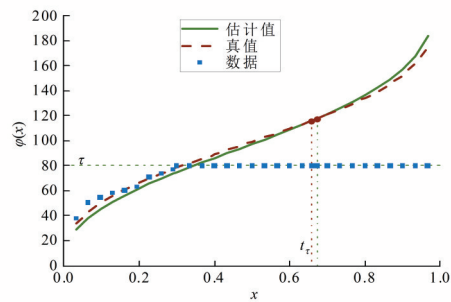


图2 数例1的数据和分位寿命函数的图形

Fig. 2 Plots of data and fitted fractile life function for example 1

表1 数例1的参数估计和它们的精度

Table 1 Estimated parameters and accuracy measures for example 1

参数	真值	极大似然法		加权最小平方方法	
		估计	相对误差	估计	相对误差
β	2.5	3.730	0.492 1	2.810	0.123 9
μ	100.0	94.8	0.052 3	100.7	0.006 8
t_r	117.8	106.5	0.096 0	115.9	0.016 7

总之, 对于这个数例, 无论是极大似然法还是加权最小平方方法, t_r 的估计都是足够精确的。说明本文提出的数据变换方法对于数据来自一个威布尔分布的情况是可行的。

2.2 数例2

数例2的数据来自文献[27]。设想一个田口正交试验有8组试验。对于第 k 组试验 $1 \leq k \leq 8$, 单元寿命服从参数为 β_k 和 η_k 的威布尔分布, 表2的第2和第3列显示为 β_k 和 η_k 的值。单元总体的寿命服从一个8重混合模型。其理论分位寿命函数的图形显示在图3。

表2 数例2的威布尔参数和寿命数据

Table 2 Weibull parameters and life data for example 2

k	β_k	η_k	t_{k1}	t_{k2}	t_{k3}
1	2.68	97.7	100 ⁺	82.7	29.7
2	1.60	107.7	100 ⁺	71.1	33.4
3	1.94	34.1	20.7	46.5	50.2
4	3.44	148.8	100 ⁺	100 ⁺	100 ⁺
5	3.40	122.5	94.1	100 ⁺	100 ⁺
6	1.83	37.5	21.0	30.2	23.6
7	2.26	129.7	100 ⁺	30.2	100 ⁺
8	2.73	34.1	38.4	49.9	25.1

注: ⁺表示截尾数据; t_{ki} ($1 \leq i \leq 3$) 表示第 k 组试验的第 i 个寿命数据。

对于一个给定的 k , 3个元件被试验, 试验终止在 $\tau=100.0$ 。数据 t_{ki} ($1 \leq i \leq 3$) 被随机地生成, 并被显

示在表2最后3列。数组的截尾度为37.5%,属于轻度截尾的。数据以分位寿命函数的形式显示在图3。

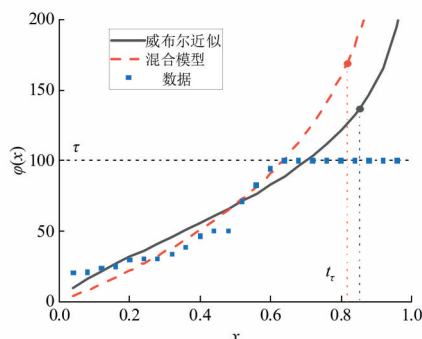


图3 数例2的数据和分位寿命函数的图形

Fig. 3 Plots of data and fitted fractile life function for example 2

根据混合模型, t_r 的真值为136.7; 平均寿命为79.50, 寿命方差为3 034.3。定义具有上述平均寿命和寿命方差的威布尔分布为等效威布尔分布。由矩法得该分布的参数 $\beta_e=1.467$, $\eta_e=87.8$ 。我们视它们为真值, 并用于评价估计精度。

表3 数例2的参数估计和它们的精度

Table 3 Estimated parameters and accuracy measures for example 2

参数	真值	极大似然法		加权最小平方法	
		估计	相对误差	估计	相对误差
β_e, β	1.467	1.369	0.066 7	1.000	0.318 2
η_e, η	87.8	95.3	0.085 6	99.2	0.129 7
t_r	136.7	144.1	0.054 2	168.8	0.234 5

表3第3列显示的是用极大似然法得到的威布尔参数和 t_r 估计; 第4列显示它们的相对误差。

表4 试验结果和变换的寿命数据

Table 4 Experiment results and transformed life data

k	试验结果						文献[25]		本文		
	A	B	C	D	E	t_1/d	t_2/d	t_1/d	t_2/d	t_1/d	t_2/d
1	-1	-1	-1	-1	-1	(14.0, 16.0)	20 ⁺	15.0	20.0	15.0	25.0
2	-1	-1	1	1	1	(18.0, 20.0)	20 ⁺	19.0	20.0	19.0	25.0
3	-1	1	-1	-1	1	(8.0, 10.0)	(10.0, 12.0)	9.0	11.0	9.0	11.0
4	-1	1	1	1	-1	(18.0, 20.0)	20 ⁺	19.0	20.0	19.0	25.0
5	1	-1	-1	1	-1	20 ⁺	20 ⁺	20.0	20.0	22.3	28.6
6	1	-1	1	-1	1	(12.0, 14.0)	20 ⁺	13.0	20.0	13.0	25.0
7	1	1	-1	1	1	(16.0, 18.0)	20 ⁺	17.0	20.0	17.0	25.0
8	1	1	1	-1	-1	(12.0, 14.0)	(14.0, 16.0)	13.0	15.0	13.0	15.0

注: ⁺表示截尾数据; (12.0, 14.0)表示数据在12.0~14.0的区间。

为了完成田口平均分析, 区间数据和右截尾数据必须用一个明确的值来代替。为此, 文献

可以看出, t_r 估计的精度是高的。这表明用威布尔分布近似推断 t_r 是可行的。因数组是非严重截尾的, 极大似然法能提供较精确的估计。

表3最后两列显示的是由加权最小平方方法所得参数和 t_r 的估计及其相对误差。可见, 虽然权最小平方方法比极大似然估计的精度低, 但是 t_r 的加权最小平方估计的精度是可以接受的。

2.3 小结

综合以上两个数例, 本文可以得出以下结论:

① 提出的数据变换方法无论是对于数据来自一个威布尔分布还是来自多个威布尔分布的混合都是可行的; ② 估计 t_r 的方法包括加权最小平方法和极大似然法。

3 可靠性改进实例

3.1 数据和早前的分析

实例来自文献[26], 目的是识别影响荧光灯可靠性的主要因素。为此, 选择一个五因子(记为A、B、C、D、E)的两水平正交试验, 共8组寿命试验, 每组试验有两个重复, 记其观测值为 t_1 和 t_2 。试验期间, 每隔两天检查一次试件的状态, 得到区间型失效数据; 试验在20 d后终止, 得到7个右截尾数据, 记它们为20⁺。表4的左边部分显示因子水平和寿命观测数据。如果把闭区间数据看作失效数据, 则整个数组的截尾度为43.8%, 属于中度截尾的。

[25]用区间中点代替区间数据, 并视右截尾数据为失效数据。这样, 不完全试验数据被变换为完

全数据。按上述简化处理后的数据被显示在表4倒数第3、第4列。

3.2 基于威布尔近似的数据变换

首先“用区间中点代替区间数据”得到9个“失效数据”。将失效数据和右截尾数据由小到大排序,结果呈现在图4中。然后,采用本文提出的方法估计右截尾数据的剩余寿命的四分位点。表5第2行左边显示用加权最小平方方法得到的威布尔参数的估计。由此可以计算在 $\tau=20.0$ 时的条件分布的四分位点,其结果显示在表5第2行右边。

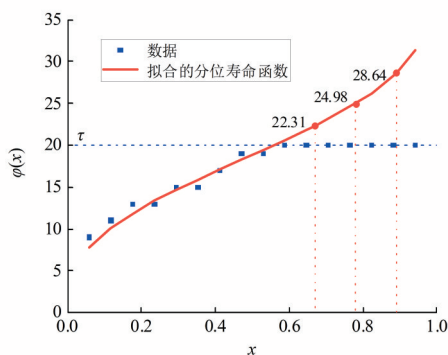


图4 数据和分位寿命函数的图形

Fig.4 Plots of data and fitted fractile life function

表5 条件分布的四分位估计

Table 5 Quartile estimates of conditional distribution

方法	β	μ	下四分位点	中位点	上四分位点
加权最小平方方法	2.756	19.13	22.31	24.98	28.64
极大似然法	3.593	18.85	21.69	23.61	26.17
相对误差	0.263 7	0.014 7	0.028 2	0.056 4	0.090 1

当某组试验只含一个右截尾数据时,该截尾数据用中位点代替;当含有两个右截尾数据时(如第5组试验),为了获得某种程度的随机性,这两个截尾数据分别用下四分位点和上四分位点代替。这样处理后的数据显示在表4的最后两列。

当采用极大似然法估计威布尔近似的参数时,上述中点假设是不必要的。表5第3行显示了由极大似然法得到的结果,最后一行显示由两种方法所得估计的相对误差。从中可见,除了 β 估计的差别较大以外,其他估计的相对误差均小于10.0%,说明推断是可靠的。以下分析是基于加权最小平方方法的结果。

若变换数据为完全数据,使用威布尔概率图,其横坐标为 $x=\ln(t)$,纵坐标为 $y=\ln[-\ln(R(t))]$ 。

我们能够推断数据是否来自几个不同威布尔分布的混合。如果数据的威布尔概率图是近似于一条直线,数据能被认为是来自一个威布尔分布;否则,数据可能来自几个不同威布尔分布的混合。图5显示了表4最后两列数据的威布尔概率图。从中可以看出,数据可能来自一个两重威布尔混合模型^[34]。

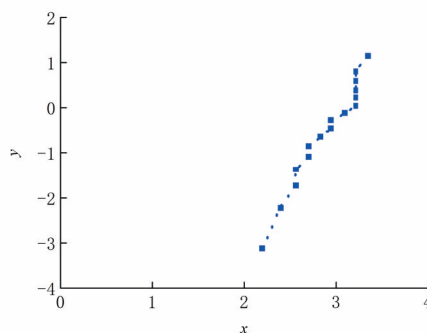


图5 变换数据的威布尔概率图

Fig.5 Weibull probability paper plot of transformed data

3.3 变换数据的田口平均分析

令 t_{kj} ($1 \leq k \leq K, 1 \leq j \leq J$)为第 k 组试验、第 j 个试件的寿命观测值,其中 K 表示试验的总组数, J 表示每组试验的重复数。对于寿命这样的望大特征,田口通过变换 $z_{kj}=1/t_{kj}$ 将望大特征变换为望小特征,并定义其信噪比 S_k 为^[1]:

$$S_k = -10 \lg (J^{-1} \sum_{j=1}^J z_{kj}^2) \quad (18)$$

用信噪比评价第 k 组试验的性能,它越大越好。如果因子 Φ (A,B,C,D或E)的水平数为 L_Φ ,将信噪比值的集合 $\{S_k, 1 \leq k \leq K\}$ 分为 L_Φ 个子集,每个子集有相同的因子水平。令 $\{\mu_{\Phi,l}, 1 \leq l \leq L_\Phi\}$ 为子集 l 的算术平均。这样, $\{\mu_{\Phi,l}, 1 \leq l \leq L_\Phi\}$ 描述因子 Φ 在水平 l 下的性能,其最优水平对应最大信噪比。进一步令 $P_{\Phi \min}$ 为 $\{\mu_{\Phi,l}, 1 \leq l \leq L_\Phi\}$ 的最小值, $P_{\Phi \max}$ 为 $\{\mu_{\Phi,l}, 1 \leq l \leq L_\Phi\}$ 的最大值,因子 Φ 的性能变化范围(或极差)为 $G_\Phi = P_{\Phi \max} - P_{\Phi \min}$ 。 G_Φ 越大表明因子 Φ 的影响越大。这些被称为田口平均分析。这个分析能确定因子的最优水平,并识别对性能影响最显著的因子。

有两个问题值得指出。第一个问题涉及交互作用的影响。田口方法的基本假定是:只有很少几个因子是显著的,相对于主因子而言,交互作用的影响是小的。这样,田口正交试验设计和平均分析通常不评价交互作用的影响。第二个问题涉

及信噪比的对数运算,并进一步说明如下。

式(18)可写为下面的形式:

$$S_k = 20 \lg(1/\sigma_k) \quad (19)$$

这里,

$$\sigma_k = \left[J^{-1} \sum_{j=1}^J z_{kj}^2 \right]^{1/2} \quad (20)$$

是 $\{z_{kj}, 1 \leq j \leq J\}$ 的二项平均。二项平均强调 z_{kj} 的大值,即 t_{kj} 的小值。换言之,它强调不利的观测值。这与文献[35]对一个恰当的合成运算的要求一致。注意到 $1/\sigma_k$ 有寿命的量纲,这说明由式(18)或(19)所定义的信噪比 S_k 不是一个无量纲的量。在这个意义上,我们宁愿用 $1/\sigma_k$ 作为性能测度,它是越大越好的。除了测度的可解释性,用 $1/\sigma_k$ 作为性能测度的另一个优势是它的简单性。因此,我们以下对实例进行基于 $1/\sigma_k$ 的平均分析。

对于该实例, $K=8, J=2, L_\phi=2$ 。记性能测度为:

$$\tau_k = 1/\sigma_k = 1/\sqrt{\left(\frac{1}{t_{k1}^2} + \frac{1}{t_{k2}^2}\right)/2} \quad (21)$$

τ_k 的值显示在表6的左边;田口平均分析的结果显示在表6的右边,且通常以图6所示的形式直观地呈现因子的显著性。由图6可见,因子的显著性次序依次为D、B、E、A、C;最优水平分别为 $L_{A-E}=(+1, -1, +1, +1, -1)$ 。

表6 性能指标和改进的田口平均分析的结果

Table 6 Performance measures and results obtained from improved Taguchi mean analysis

τ_k			平均分析结果						
k	文献[25]	本文	因子	文献[25]			本文		
1	17.0	18.2		$\mu_{\phi,-1}$	$\mu_{\phi,1}$	G_ϕ	$\mu_{\phi,-1}$	$\mu_{\phi,1}$	G_ϕ
2	19.5	21.4	A	16.4	16.9	0.46	17.7	18.8	1.03
3	9.9	9.9	B	18.0	15.4	2.58	20.2	16.3	3.93
4	19.5	21.4	C	16.3	17.1	0.78	18.2	18.3	0.03
5	20.0	24.9	D	14.0	19.3	5.29	14.6	21.9	7.33
6	15.4	16.3	E	17.6	15.8	1.82	19.6	16.9	2.73
7	18.3	19.9							
8	13.9	13.9							

为例证本文方法相对于文献[25]方法的优越性,图7显示了由两种方法得到的因子极差图。从中可以看出,它们的极差值是显著地不同的;因子A和C的显著性排序是不同的。因此,不合理的假设可能导致不正确的结论。

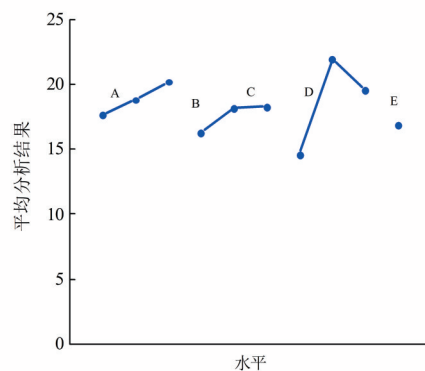


图6 因子效应图

Fig. 6 Plots of effects of factors

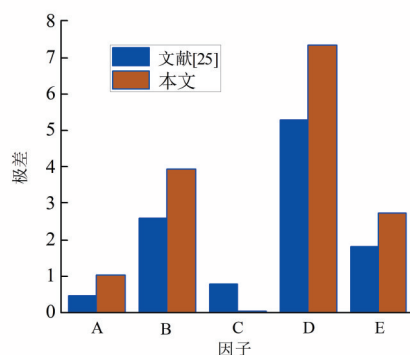


图7 因子极差图

Fig. 7 Plots of ranges of factors

4 结论

针对将田口方法应用于可靠性改进时可能出现截尾数据的问题,本文提出了用威布尔分布的分位函数来近似数据,并估计截尾数据的中位剩余寿命,从而将不完全数据变换为完全数据。通过两个数例和一个实例例证了该方法的精确性和有用性,从而为基于田口方法的可靠性改进试验数据分析提供了一个实用的截尾数据处理方法。

本文其余的两个创新点是:①以中位剩余寿命代替通常采用的平均剩余寿命;②对于望大和望小特征而言,田口信噪比不是一个无量纲的量,故不必取对数。若要使响应正态化,可采用其他变换。

值得指出的是,如果数据来自定时截尾试验,数据可能是高度截尾的。对此情况,本文方法的估计精度可能欠佳,建议采用文献[28-30]的方法估计威布尔参数。

进一步研究的课题如下:首先,我们可以尝试用非威布尔分布作为近似函数,这实际上涉及近似模型选择的问题。其次,本文取 $i_0=5$ 来确定 σ 的值。实际上, i_0 值的选择是一个可以探讨的问题。最后,我们仅用了两个数例来例证本文所提方法的精确性,有必要完成一个更大规模的仿真研究,以进一步评价该方法的精确性。

[参考文献]

- [1] TAGUCHI G. Introduction to Quality Engineering [M]. New York: Asian Productivity Organization, UNIPUB White Plains, 1987.
- [2] BOX G, BISGAARD S, FUNG C. An explanation and critique of Taguchi's contributions to quality engineering [J]. Quality and Reliability Engineering International, 1988, 4 (2): 123-131. DOI: 10.1002/qre.4680040207.
- [3] PIGNATIELLO J J JR, RAMBERG J S. Top ten triumphs and tragedies of Genichi Taguchi [J]. Quality Engineering, 1991, 4 (2): 211-225. DOI: 10.1080/08982119108918907.
- [4] TSUI K L. An overview of Taguchi method and newly developed statistical methods for robust design [J]. IIE Transactions, 1992, 24 (5): 44-57. DOI: 10.1080/07408179208964244.
- [5] NAIR V N, ABRAHAM B, MACKAY J, et al. Taguchi's parameter design: a panel discussion [J]. Technometrics, 1992, 34 (2): 127-161. DOI: 10.2307/1269231.
- [6] TSUI K L. A critical look at Taguchi's modelling approach for robust design [J]. Journal of Applied Statistics, 1996, 23 (1): 81-96. DOI: 10.1080/02664769624378.
- [7] MAGHSOODLOO S, OZDEMIR G, JORDAN V, et al. Strengths and limitations of Taguchi's contributions to quality, manufacturing, and process engineering [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2004, 23 (2): 73-126. DOI: 10.1016/S0278-6125(05)00004-X.
- [8] JEYAPPAUL R, SHAHABUDEEN P, KRISHNAIAH K. Quality management research by considering multi-response problems in the Taguchi method: a review [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2005, 26 (11): 1331-1337. DOI: 10.1007/s00170-004-2102-y.
- [9] KARNA S K, SAHAI R. An overview on Taguchi method [J]. International Journal of Engineering and Mathematical Sciences, 2012, 1 (1): 1-7.
- [10] RAO S, SAMANT P, KADAMPATTA A, et al. An overview of Taguchi method evolution [J]. Concept and Interdisciplinary Applications, 2013, 4 (10): 621-626.
- [11] LIU S J, CHEN Y S. The manufacturing of thermoplastic composite parts by water-assisted injection-molding technology [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2004, 35 (2): 171-180. DOI: 10.1016/j.compositesa.2003.10.006.
- [12] CASALINO G, CURCIO F, Minutolo F M C. Investigation on Ti6Al4V laser welding using statistical and Taguchi approaches [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 167 (2-3): 422-428. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2005.05.031.
- [13] PAUL C P, GANESH P, MISHRA S K, et al. Investigating laser rapid manufacturing for Inconel-625 components [J]. Optics & Laser Technology, 2007, 39 (4): 800-805. DOI: 10.1016/j.optlastec.2006.01.008.
- [14] 张响, 童水光, 朱训明. 基于 Taguchi 方法的低压铸造铝合金车轮工艺优化 [J]. 铸造技术, 2007, 28 (9): 1235-1237. DOI: 10.3969/j.issn.1000-8365.2007.09.029. ZHANG Xiang, TONG Shuiguang, ZHU Xunming. Process optimization of low-pressure die casting of aluminum alloy wheel based on Taguchi method [J]. Foundry Technology, 2007, 28 (9): 1235-1237. DOI: 10.3969/j.issn.1000-8365.2007.09.029.
- [15] 李聪波, 肖溱鸽, 李丽, 等. 基于田口法和响应面法的数控铣削工艺参数能效优化方法 [J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21 (12): 3182-3191. DOI: 10.13196/j.cims.2015.12.010. LI Congbo, XIAO Qingge, LI Li, et al. Optimization method of NC milling parameters for energy efficiency based on Taguchi and RSM [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21 (12): 3182-3191. DOI: 10.13196/j.cims.2015.12.010.
- [16] OUYANG L H, MA Y Z, WANG J, et al. An interval programming model for continuous improvement in micro-manufacturing [J]. Engineering Optimization, 2018, 50 (3): 400-414. DOI: 10.1080/0305215X.2017.1317765.
- [17] JEYAPRAKASH N, YANG C H, DURAISELVAM M, et al. Investigation of high temperature wear performance on laser processed nodular iron using optimization technique [J]. Results in Physics, 2019, 15: 102585. DOI: 10.1016/j.rinp.2019.102585.
- [18] DE ALMEIDA F A, SANTOS A C O, DE PAIVA A P, et al. Multivariate Taguchi loss function optimization based on principal components analysis and normal boundary intersection [J]. Engineering with Computers, 2022, 38 (2): 1627-1643. DOI: 10.1007/s00366-020-01122-8.
- [19] BULLINGTON R G, LOVIN S, MILLER D M, et al. Improvement of an industrial thermostat using designed experiments [J]. Journal of Quality Technology, 1993, 25 (4): 262-270. DOI: 10.1080/00224065.1993.11979472.
- [20] TSENG S T, HAMADA M, CHIAO C H. Using degradation data to improve fluorescent lamp reliability [J]. Journal of Quality Technology, 1995, 27 (4): 363-369. DOI: 10.1080/00224065.1995.11979618.
- [21] CHIAO C H, HAMADA M. Robust reliability for light emitting diodes using degradation measurements [J]. Quality and Reliability Engineering International, 1996, 12 (2): 89-94. DOI: 10.1002/(SICI)1099-1638(199603)12:2<89::AID-QRE997>3.0.CO;2-D.
- [22] JOSEPH V R, YU I T. Reliability improvement experiments with degradation data [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2006, 55 (1): 149-157. DOI: 10.1109/TR.2005.858096.
- [23] CONDRA L W. Reliability improvement with design of experiments: Revised and Expanded [M]. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [24] FANG J T, HE Z, ZHANG Z M, et al. Reliability improvement of diamond drill bits using design of experiments [J]. Quality Engineering, 2018, 30 (2): 339-350. DOI: 10.1080/08982112.2017.1311414.
- [25] GUO H, METTAS A. Design of experiments and data analysis [C]//2010 Annual Reliability and Maintainability Symposium. San Jose: IEEE, 2010.
- [26] WU C F, HAMADA M. Experiments: planning, analysis,

- and parameter design optimization [M]. New York: J. Wiley, 2000.
- [27] JIANG R Y, ZHU X W, XUE W, et al. A novel method to estimate mean lifetime with censoring in the context of reliability improvement with design of experiments [C]// The 9th IEEE International Conference on Dependable Systems and Their Applications (DSA 2022). Wulumuqi: IEEE, 2022.
- [28] JIANG R Y. A novel parameter estimation method for the Weibull distribution on heavily censored data [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 2022, 236(2): 307–316. DOI: 10.1177/1748006x19887648.
- [29] JIANG R Y. A novel MTTF estimator and associated parameter estimation method on heavily censoring data [J]. Quality and Reliability Engineering International, 2021, 37(5): 1706–1717. DOI: 10.1002/qre.2620.
- [30] JIANG R Y. A quasi - normal distribution and its application in parameter estimation on heavily censored data [J]. International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, 2021, 28(5): 2150027. DOI: org/10.1142/S0218539321500273.
- [31] JIANG R Y. Estimating residual life distribution from fractile curves of a condition variable [C]//2015 Prognostics and System Health Management Conference (PHM). Beijing: IEEE, 2015: 1–6.
- [32] JIANG R Y. Overhaul decision of repairable systems based on the power-law model fitted by a weighted least squares method [C]//Asset Intelligence through Integration and Interoperability and Contemporary Vibration Engineering Technologies: Proceedings of the 12th World Congress on Engineering Asset Management and the 13th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery. Cham: Springer International Publishing, 2019: 277–286.
- [33] JIANG R Y, HUANG C. Predicting distribution of time to degradation limit using a weighted approach [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(11): 5133–5138. DOI: 10.1007/s12206-018-1011-1.
- [34] 蒋仁言. 威布尔模型族: 特性、参数估计和应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- JIANG Renyan. Weibull model family: characteristics, parameter estimation and application [M]. Beijing: Science Press, 1998.
- [35] JIANG R Y, CHEN Z. A standard-based approach for multi - criteria performance evaluation of engineered systems [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2020, 202: 107001. DOI: 10.1016/j.res.2020.107001.

A method to handle censored data generated by Taguchi reliability experiments

JIANG Renyan, LIU Chao

(Faculty of Automotive and Mechanical Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: [Purposes] When the Taguchi method is used to improve product reliability, the observations of lifetime (as response) may be censored while the Taguchi data analysis method is not applicable for such data. A new method is needed to address this issue. [Methods] A Weibull approximation approach is proposed to estimate the median residual life of a right-censored observation, and the sum of censored time and estimated median residual life is used to replace the censored observation. In this way, incomplete data are transformed into complete data so that the Taguchi data analysis method can be used. [Findings] Two simulation numerical examples are used to illustrate the accuracy and robustness of the proposed method and a real-world example is used to illustrate its usefulness. [Conclusions] Thus, the paper provides a simple and effective method for analyzing the data from reliability improvement experiments.

Key words: TAGUCHI method; reliability improvement; censored data; weibull approximation approach; median residual life

Manuscript received: 2022-10-19; revised: 2022-12-01; accepted: 2022-12-07

Foundation item: Project (71771029) supported by the National Natural Science Foundation of China

Corresponding author: JIANG Renyan (1956—) (ORCID: 0000-0002-4688-5065), male, professor, research interest: quality, reliability and maintenance theory. E-mail: jiang@uscst.edu.cn

(责任编辑:赵冰;校对:刘平;英文编辑:彭卓寅)