

文章编号:1672-9331(2020)02-0092-07

基于 OptCor 算法的多比例尺线要素综合方法

赵彬彬^{1,2}, 戴 涛¹, 王 安¹

(1. 长沙理工大学 交通运输工程学院, 湖南 长沙 410114;

2. 公路地质灾变预警空间信息技术湖南省工程实验室, 湖南 长沙 410114)

摘 要: 针对多比例尺地图矢量数据线要素综合方法中存在的同名点匹配不准确, 造成制图综合生成的中间比例尺线要素数据质量不佳的问题, 提出了一种基于 OptCor 算法的同名点匹配法。该方法通过建立不同比例尺线要素数据间的极优对应关系来识别同名点, 避免了缓冲区法进行同名点匹配时, 可能出现同名点多对一、一对多、多对多时难以进行匹配, 亦或者一对一但不是最佳匹配的情形, 并将该方法应用到多比例尺线要素综合“内插”生成中间比例尺线要素中。对三类线要素数据进行试验, 结果表明: 基于 OptCor 算法的多比例尺线要素综合方法较缓冲区法, 不仅同名点匹配更准确, 效率更高, 且综合结果更接近真实数据。

关键词: 线要素; 多比例尺; 极优对应; 制图综合; D-P 算法; 相似性度量

中图分类号: P282

文献标识码: A

A linear feature generalization method in multi-scale maps based on OptCor algorithm

ZHAO Bin-bin^{1,2}, DAI Tao¹, WANG An¹

(1. School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science & Technology,

Changsha 410114, China; 2. Engineering Laboratory of Spatial Information Technology of Highway

Geological Disaster Early Warning in Hunan Province, Changsha 410114, China)

Abstract: To the problem of corresponding points matching inaccurately using linear feature generalization method with multi-scale map data, which causing poor spatial data quality of intermediate scale linear feature generated by interpolating, a corresponding point matching method was proposed based on the Optimum Correspondence (OptCor) algorithm. In the method, the corresponding points were identified by establishing the most excellent corresponding relationship among the linear features in different scale map data, which avoiding the situation of being difficult to match with many-to-one, one-to-many, many-to-many, or one-to-one, but not being the best match using buffer method. And intermediate scale linear features were generated through multi-scale linear feature generalization interpolation using the method. Experiments were conducted with three types of line element data. The

收稿日期: 2019-11-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41301404); 湖南省自然科学基金资助项目(14JJ3083); 公路地质灾变预警空间信息技术湖南省工程实验室开放基金资助项目(kfj160603)

通讯作者: 赵彬彬(1980—), 男, 湖南长沙人, 长沙理工大学副教授, 主要从事多源多尺度地图数据不一致性探测与处理方面的研究。E-mail: zbbsir@163.com

experimental results show that the multi-scale linear feature generalization method based on OptCor algorithm is more accurate and efficient in matching corresponding points than buffer method, and generalized results of the method are closer to real data.

Key words: linear feature; multi-scale; Optimum Correspondence (OptCor); cartographic generalization; Douglas-Peucker algorithm; similarity measuring

地图制图综合是指由较大比例尺空间数据缩编为较小比例尺空间数据时,对空间对象进行抽象、概括的工程、技术和科学,它是空间数据尺度变化、集成与融合、分析与挖掘的基本手段之一^[1]。随着信息技术的发展,自动制图综合技术已成为国际地理信息科学领域备受关注的热点研究问题之一^[2]。地图数据库不可能存储每一种比例尺地图,现有的国家基础地理信息数据库将地图按照比例尺划分为 20 个级别,这为自动综合生成满足不同尺度需求的地图提供了基础^[3]。制图综合根据综合的对象可以划分为点要素、线要素、面要素三类,其中线要素可以看成是一组有方向的点要素连接而成,闭合的线要素即为面要素,因此线要素的自动综合是制图综合领域重点研究的课题。Peng 等^[4]、赵彬彬等^[5]提出了一种对多比例尺道路、河流等线要素利用 OptCor 算法^[6]建立线目标之间的极优对应关系,再进行线性插值,最后利用 Morping 变化^[7,8]实现形状内插,以生成所需尺度线要素形态。该类方法对不同比例尺线要素匹配正确率极高,但是实现的复杂度较高,且存在内插得到的线要素上节点数目过多等问题。邹广黔等^[9]先在较大比例尺线要素的节点上建立一定半径的缓冲区,与小比例尺线要素节点求交,以此判定同名点并进行标记,将同名点作为大比例尺线要素的断点将线要素分段,最后利用 Douglas-Peucker 算法^[10](以下简称 D-P 算法)对分段后的线要素实现节点抽稀。该方法简单有效,节点数目也实现了压缩,应用起来效率较高,但是利用缓冲区法识别同名点过程中可能会出现匹配错误、无法匹配等问题。因此,本研究先采用 OptCor 算法建立线目标间的极优对应关系,再对同名点进行匹配,最后对该方法与缓冲区法综合的结果进行比较。比较结果表明:本研究的方法可以避免同名点匹配存在的问题,且综合效果较原方法更佳,该方法简单有效且便于推广。

1 缓冲区同名点匹配综合法

1.1 算法原理

传统的线要素制图综合是利用较大比例尺地图生成较小比例尺地图的过程,为了满足不同程度或不同情景下用户的需求,利用分形理论或者人类的认知判断地物的选取以实现最佳综合效果^[3,11-13]。多尺度地图综合是从同一线要素的较大比例尺数据和较小比例尺数据中“内插”生成中间比例尺数据,并且有望实现比例尺自适应的信息提取技术^[14]。缓冲区综合法大致步骤为:从较大比例尺数据中选取所有节点,并以节点为中心建立以 r 为半径的缓冲区,对较小比例尺相同线要素上的节点进行求交,若它们相交则判定这两节点为同名点。设同名点的数目为 $n+1$,以这些同名点作为断点,将线要素分成 n 段,并对每条折线使用 D-P 算法实现线要素化简。化简结果保留了多比例尺线要素中的同名点,相较于传统方法仅采用 D-P 算法进行综合得到的结果更佳,且具有简单实用的特点。

1.2 算法缺点

由于实际数据中大小比例尺线要素上各节点之间并不总是能够建立唯一对应的关系,有时也可能会出现一对多、多对一、多对多的情形,使得难以应用缓冲区法找到同名点,且即便是一对一的场景也可能会出现匹配错误。以下是利用缓冲区法进行同名点匹配时存在问题的四类情形:

图 1(a)中应用缓冲区求交法匹配同名点得到的结果为节点 a 与节点 2 匹配、节点 b 与节点 3 为同名点,而事实上节点 a 应该与节点 1 匹配,节点 b 与节点 2 匹配;图 1(b)中大比例尺线要素上的节点 4、5、6、7 都可能是小比例尺线要素上节点 c 的同名点;图 1(c)中节点 9 有节点 e、f 两种匹配结果,该算法无法判断出哪一对是同名点;图 1(d)中

节点匹配关系更为复杂,出现线要素大小比例尺数据上多组节点对满足匹配条件的情况,该算法显然无法给出最佳匹配结果。此外,该方法很难确定同名点匹配时应该采取多大的缓冲半径,这将成为自动匹配的一大障碍。

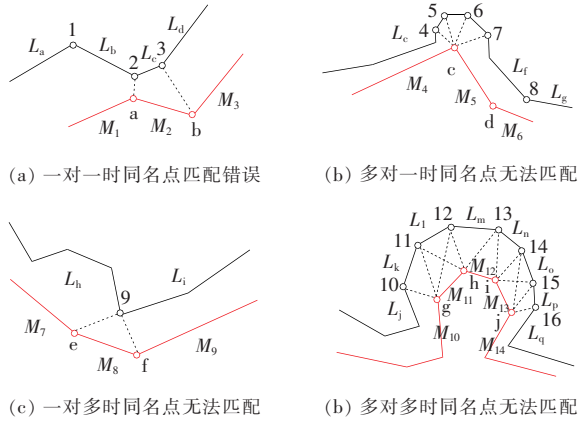


图1 缓冲区法同名点匹配存在问题的四类情形

Fig. 1 Four cases in which corresponding points can't be matched unreasonably using buffer method

2 基于 OptCor 算法的同名点匹配法

为提高同名点匹配的准确性,以得到更好的出图效果,本研究提出了极优对应算法(Optimum Correspondence Algorithm)对两线要素上线段进行动态规划(Dynamic Programming),步骤如下:

1) 第一步:输入同一区域多比例尺线要素数据(一般情况下默认为一个较大比例尺线要素数据、一个较小比例尺线要素数据),假设对较大比例尺线要素 f 和较小比例尺线要素 g ,它们分别包含 $n+1$ 个和 $m+1$ 个节点,每条线要素分别由 n 、 m 条子线段构成。用 $f(f_1, f_2, \dots, f_i)$ 表示子线段 f_1, f_2, \dots, f_i 按顺序相接而成; $g(g_1, g_2, \dots, g_j)$ 表示子线段 g_1, g_2, \dots, g_j 按顺序相接而成; f_i^{first} 表示线段 f_i 的起始点; g_j^{last} 表示线段 g_j 的终点; $f(u, v)$ 表示由线段 f_u 一直到线段 f_v 连成的折线 ($0 < u < v \leq n$); $g(w, k)$ 表示由线段 g_w 一直到线段 g_k 连成的折线 ($0 < w < k \leq m$)。

2) 第二步:确定线要素 f 与线要素 g 上各子要素间的关系,有 6 种可能:

① 子线段 f_i 映射到子线段 g_j 上的一端点 g_j^{first} 或者 g_j^{last} ;

② 子线段 f_i 映射子线段 g_j ;

③ 子线段 f_i 映射折线段 $g(w, k)$;

④ 子线段 f_i 上的端点 f_i^{first} 或 f_i^{last} 映射到子线段 g_j ;

⑤ 折线段 $f(u, v)$ 映射子线段 g_j ;

⑥ 折线段 $f(u, v)$ 映射折线段 $g(w, k)$ 。

具体算法如下:

Input: Polyline $f(f_1, f_2, \dots, f_n)$, $g(g_1, g_2, \dots, g_m)$

Fréchet Distance δ

Output: Optimum correspondence for f and g

1) $T[0, 0] = 0$

2) $T[0, j] = T[0, j-1] + \delta(f_1^{first}, g_j)$, $j = 1, \dots, m$

3) $T[i-1, 0] = T[i-1, 0] + \delta(f_i, g_1^{first})$, $i = 1, \dots, n$

4) for $i=1$ to n do

5) For $j=1$ to m do

6) $T[i, j] =$

min {
(a) $T[i-1, j] + \delta(f_i, g_j^{last})$
(b) $T[i-1, j-1] + \delta(f_i, g_j)$
(c) $T[i-1, j-n] + \delta(f_i, g(w, k))$
(d) $T[i, j-1] + \delta(f_i^{last}, g_j)$
(e) $T[i-n, j-1] + \delta(f(u, v), g_j)$
(f) $T[i-k, j-k] + \delta(f(u, v), g(w, k))$

7) Store pointer to predecessor, i. e., to the table entry that yielded the minimum

8) Generate optimum correspondence from $T[n, m]$ using backtracking along pointers

其中, $T[i, j]$ 存储了由线要素 f 到线要素 g 的最小成本,通过存储前导指针相关信息,使得回溯遍历 $T[i, j]$ 时能确定其由以上何种情况计算得到。 δ 表示距离评价指标,以 Fréchet 距离作为参考(在 3.2 中介绍了 Fréchet 距离),其值越小说明对应的效果越佳,当遍历的次数足够多时,选择 Fréchet 距离最小的情况作为最佳对应结果输出。一般对于 f 中折线对应折线的情形可以通过线段之间长度之比^[6]或者线性插值^[5]的方法判断两节点是否为同名点。下面将对缓冲区法和 OptCor 算法同名点匹配进行对比。

同名点匹配完成后,考虑到同名点之间的距离不宜过大,否则将不符合空间数据的一致性表

达^[15]。因此,还需要参照相关规范确定一个阈值 R ,以此来确定大比例尺下的该节点是否作为断点进行下一步的线要素化简。

3 试验分析

3.1 试验思路

本研究试验数据来源于国家基础地理信息系统,如图 2 所示。每组试验数据中包含了三种比

例尺的线要素数据,详细信息见表 1。本研究选取道路、河流、等高线的线要素数据进行试验。

研究采用 OptCor 算法对多尺度线要素上的节点进行同名点匹配,并参考同名点之间的欧几里德距离大小,判断该点是否作为大比例尺线要素分段化简的断点。为避免节点数目对试验结果造成影响,对 D-P 算法进行调试,使得利用 OptCor 算法进行综合的结果,与缓冲区法进行综合的线要素与相应真实比例尺的线要素节点数目保持一致。

表 1 数据来源及详细信息

Table 1 Data sources and details

数据来源	比例尺级别	较大比例尺/节点数	中间比例尺/节点数	较小比例尺/节点数
道路	小比例尺	1:500 万/374	1:1 000 万/245	1:1 500 万/148
河流	中比例尺	1:10 万/281	1:25 万/188	1:50 万/99
等高线	大比例尺	1:1 000/279	1:2 000/186	1:5 000/95

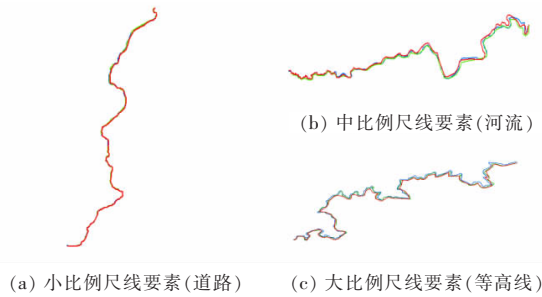


图 2 不同比例尺的三组线目标试验数据

Fig. 2 Three sets of experiment data at different scales

3.2 相似度评价模型

图 3 为上述两种算法线要素综合的效果对比,具体操作流程可参考其算法原理。从直观上看无法确定哪种算法综合效果与现实更符合,哪种算法综合效果更好,又好在哪些方面,而这些问题是目标相似性与评价所研究的内容。线要素相似性度量一直是一个被持续探讨的话题^[16,17],对制图综合后的线要素与真实数据进行相似性度量,可直观地反映两种算法综合效果的优劣。本研究给出三类相似度指标计算方法,并设置不同权重对多尺度线要素的相似性进行度量。

1) 长度相似度。

在进行线目标相似性度量时,长度是一个非常重要的特征,两线目标的长度越接近,表达的是同一个地理实体的可能性也越大,其相似度也越高。假设 f 和 g 为待比较的两空间线目标,其长

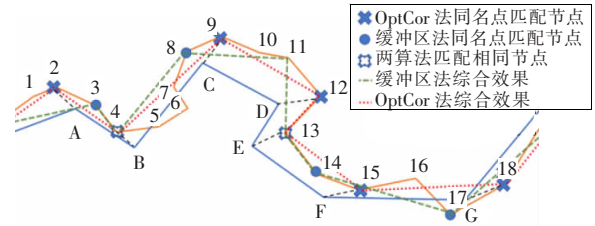


图 3 OptCor 匹配与缓冲区同名点匹配对比图

Fig. 3 Comparison of OptCor correspondence and buffer correspondence of corresponding points

度分别为 $L(f)$ 和 $L(g)$,其长度相似性由式(1)计算。

$$Sim_{Len} = (1 - \frac{|L(f) - L(g)|}{\max(L_f, L_g)}) \times 100\% \quad (1)$$

2) 位置相似度。

以对应节点之间的平均 Fréchet 距离为理论基础建立度量模型^[18,19]。其算法思路如下:对于综合后的线要素和原始线要素,通过寻找最佳节点对的组合,使得组合中的所有节点对之间的 Fréchet 距离之和都达到最小,平均 Fréchet 距离即为该组合中所有节点对 Fréchet 距离 d_F 之和,其定义如式(2)所示。

$$d_{aF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{iF} \quad (2)$$

式中: d_{iF} 为第 i 个组合中的 Fréchet 距离。则 f 与 g 的位置相似度可由式(3)计算。

$$Sim_d = (1 - \frac{d_{aF}(f, g)}{U}) \times 100\% \quad (3)$$

式中: U 为线要素 f 和 g 中任意两点间的最大距离。

3) 形状相似度。

形状相似度的理论基础来源于计盒维数中的

网格覆盖法^[20], 即按照网格边长 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_k$, 将其进行回归后得到 f 和 g 两线要素的分形维数 $Dim(f)$ 、 $Dim(g)$, 则它们的形状相似度计算公式如式(4)。

$$Sim_{Frc}(f, g) = \left[1 - \left| \frac{Dim(f) - Dim(g)}{\max(Dim(f), Dim(g))} \right| \right] \times 100\% \quad (4)$$

式中: $Sim_{Frc}(f, g)$ 为空间线目标 f 和 g 的形状相似度。

因此, 综合考虑线要素的位置、大小及形状特征, 可得到基于线要素总体相似度的计算公式, 见式(5)。

$$Sim_{Tot}(f, g) = \alpha Sim_{Len} + \beta Sim_d + \gamma Sim_{Frc} \quad (5)$$

式中: $Sim_{Tot}(f, g)$ 为线要素 f 和 g 的总体相似度; α 、 β 和 γ 分别表示长度关系、位置关系和形状关系相似性的权重, 其和等于 1。

3.3 算法比较

图 4 所示为缓冲区综合法和 OptCor 综合法得到的试验结果, 将它们与中间比例尺真实数据

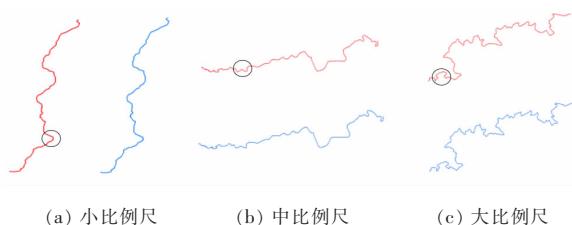


图 4 缓冲区法和 OptCor 法综合对比

Fig. 4 Comparison of buffer correspondence and OptCor

的相似性进行度量, 并且设定 α 的值为 $1/3$, β 为 $1/3$, γ 为 $1/3$, 即本研究视长度、位置、形状相似度同等重要。得到的结果如表 2 所示(其中无法判别是否为同名点的直接判错)。

图 5 为图 4 中圈出部分放大后的细节。从图 4 直观来看, 两种方法综合的结果差异并不明显, 但从图 5 可以看出两种算法综合效果差异明显, 然而单从图形信息上仍然无法确定哪种方法更优。相似度评价模型提供了一种对综合结果进行定量分析的方法, 对比表 2 数据可知:

表 2 缓冲区匹配法与 OptCor 匹配法处理结果对比

Table 2 Result comparison of buffer correspondence and OptCor

比例尺	算法	匹配正 确率	Sim_{Len}	Sim_d	Sim_{Frc}	Sim_{Tot}
小比例尺	缓冲区法	83.644	99.602	98.783	98.486	98.957
	OptCor 法	94.392	99.704	99.121	98.691	99.172
中比例尺	缓冲区法	80.851	99.434	97.761	97.644	98.280
	OptCor 法	95.745	99.577	98.328	97.753	98.553
大比例尺	缓冲区法	73.656	99.335	96.372	97.368	97.692
	OptCor 法	93.011	99.451	97.313	97.523	98.096

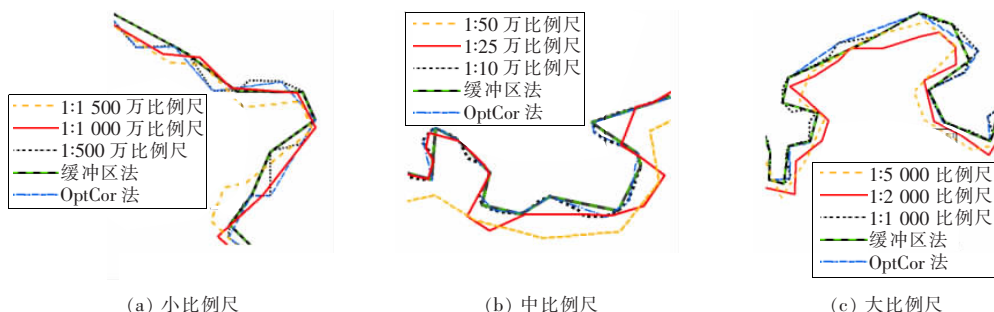


图 5 缓冲区法和 OptCor 法综合细节差异

Fig. 5 Detail difference between buffer correspondence and OptCor

1) 不同级别比例尺的线要素综合的结果存在差异, 这与线要素本身的复杂程度有密切的关系。当线要素中转折部分较多时(如图 5 所示的情

形), 基于缓冲区匹配的线要素中同名点匹配正确率(同名点无法匹配的直接判错)将大幅降低, 而基于 OptCor 算法的线要素综合法同名节点匹配

正确率依然保持较高水平。

2) 对 OptCor 法与缓冲区法在同名点的匹配结果进行比较,发现小比例尺线要素同名点匹配正确率提升了 12.850%,中比例尺线要素同名点匹配正确率提高了 18.422%,大比例尺线要素同名点匹配正确率更是增长了 26.510%,这直观反映出同名点匹配正确率得到了很大的提高。

3) 由两种方法综合结果及三种相似度指标对比可知:OptCor 法较缓冲区法,三类比例尺线要素综合结果在长度相似度上平均提升了 1.21%;形状相似度上三组数据平均提升了 6.30%;且对应节点位置相似度较原方法更佳,平均提升了 1.60%。可以看出,基于 OptCor 算法的线要素自动综合方法较缓冲区法还原度更高,另外该方法综合结果考虑了小比例尺线要素的线型特征,因此综合结果更优。试验结果证明了 OptCor 算法应用于线要素综合是可行的,且比缓冲区法综合效果更佳。

4 结论

本研究提出了一种基于 OptCor 算法的多尺度地图数据线要素综合方法,与以往制图综合的方法相比,其优势体现在以下五点:

1) 该方法利用庞大的地理信息数据库中的多尺度数据,实现了线要素自动综合,减少了手工制图花费的人力与财力投入。

2) 与传统制图综合方法不同,该方法应用了两组不同尺度的同名线要素的矢量数据,在线要素综合过程中充分考虑了小比例尺数据的形态特征,提升了出图的质量。

3) 提升了同名点匹配的正确率,避免了同名点匹配时存在匹配错误及不能匹配的情形。

4) 线要素综合结果较缓冲区法,大大提升了同名点匹配的效率和综合效果更佳。

5) 相比 Morphing “内插”的方法,该方法有效压缩了节点的数目,且节点不会产生移位,因此对数据实现了精准压缩,为无级比例尺地图提供了理论上可行的方法。

为了进一步提高多尺度地图综合的质量,还需要进行以下方面的研究工作:

① 在自动综合领域,本研究并未涉及对地物

要素数量选取的问题,即线要素上节点数目随综合前后比例尺变化按照某种规律减少的情况,这里需要地图分形理论的支撑,并对存在的具体情况进行研究探讨。

② 目前多比例尺地图综合方法只涉及到两组地图线要素。因此,应充分利用多库多版本地理空间矢量数据库,对地图资源加以应用,以实现一库多版本的地理空间数据库的建设目标。

〔参考文献〕

- [1] 武芳,巩现勇,杜佳威. 地图制图综合回顾与展望[J]. 测绘学报,2017,46(10):1 645-1 664.
WU Fang,GONG Xian-yong,DU Jia-wei. Overview of the research progress in automated maps generalization[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2017,46(10):1 645-1 664.
- [2] Goodchild M F. Citizens as sensors:the world of volunteered geography[J]. GeoJournal, 2007, 69(4): 211-221.
- [3] 李生林,谢洪涛,高黎. 基于分形的地图自动综合方法[J]. 后勤工程学院学报,2010(4):71-75.
LI Sheng-lin,XIE Hong-tao,GAO Li. A method for auto-integration of map based on fractal[J]. Journal of Logistical Engineering University,2010(4):71-75.
- [4] Peng D L,Deng M. Multi-scale transformation of river networks based on morphing technology[J]. Journal of Remote Sensing,2012,16(5):953-968.
- [5] 赵彬彬,邓敏,彭东亮,等. 基于整体极优对应的不同比例尺线目标一致化处理[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2016,41(8):1 046-1 054.
ZHAO Bin-bin,DENG Min,PENG Dong-liang,et al. A methodology of handling inconsistencies between line objects in multi-scale maps based on the optimum correspondence algorithm[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(8):1 046-1 054.
- [6] Cecconi A. Integration of cartographic generalization and multi-scale databases for enhanced web mapping[M]. Zurich:University of Zurich,2003.
- [7] NøLlenburg M,Merrick D,Wolff A. Morphing polylines:a step towards continuous generalization[J]. Computers,Environment and Urban Systems,2008, 32(4):248-260.
- [8] Guibas L,Hershberger J,Suri S. Morphing simple

- poly-gons[J]. *Discrete and Computational Geometry*, 2000, 24(1): 1-34.
- [9] 邹广黔, 李静, 吴孔江. 基于多比例尺地图数据的线状要素综合方法[J]. *测绘地理信息*, 2014, 39(4): 62-64.
- ZOU Guan-qian, LI Jing, WU Kong-jiang. A method of linear feature generalization based on multi scale map sources[J]. *Journal of Geomatics*, 2014, 39(4): 62-64.
- [10] Douglas D H, Peucker T K. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature[J]. *The International Journal for Geographic Information and Geovisualization*, 1973, 10(2): 112-122.
- [11] 王桥, 吴纪桃. 制图综合方根规模模型的分形扩展[J]. *测绘学报*, 1996(2): 104-109.
- WANG Qiao, WU Ji-tao. Fractal transformation of square root model in cartographic generalization[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1996(2): 104-109.
- [12] 李雯静, 毋河海. 地图目标在制图综合中的分形衰减机理研究[J]. *武汉大学学报: 信息科学版*, 2005, 30(4): 309-312.
- LI Wen-jing, WU He-hai. Fractal attenuation analysis of cartographic object's self-similarity on cartographic generalization[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2005, 30(4): 309-312.
- [13] 刘哲, 刘潇鹏, 吴洪涛. 基于分形理论的线状要素的地图自动综合算法实现[J]. *测绘技术装备*, 2015, 17(3): 22-25.
- LIU Zhe, LIU Xiao-peng, WU Hong-tao. Realization of map automatic synthesis algorithm based on fractal theory for linear elements[J]. *Surveying and Mapping Equipment*, 2015, 17(3): 22-25.
- [14] 尹连旺, 李京. GIS中基本要素的无级比例尺数据处理技术研究[J]. *北京大学学报: 自然科学版*, 1999(6): 842-849.
- YIN Lian-wang, LI Jing. A technique on automatic compression and recovery of fundamental GIS spatial data on varying map scale[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis*, 1999(6): 842-849.
- [15] Gadish D A. Inconsistency detection and adjustment of spatial data using rule discovery[D]. Canada: University of Guelph, 2001.
- [16] 安晓亚. 空间数据几何相似性度量理论方法与应用研究[J]. *测绘学报*, 2013, 42(1): 157.
- AN Xiao-ya. Research on theory, method and applications of geometry similarity measurement for spatial data[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2013, 42(1): 157.
- [17] 张永华, 程耀东, 闫浩文, 等. 多尺度空间线状实体形状相似关系的表达与度量[J]. *测绘科学*, 2008, 33: 83-85.
- ZHANG Yong-hua, CHENG Yao-dong, YAN Hao-wen, et al. Representation and measure of shape similarity relation from multi-scale spatial near objects[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2008, 33: 83-85.
- [18] Alt H, Godau M. Computing the Fréchet distance between two polygonal curves[J]. *International Journal of Computational Geometry and Applications*, 1992(5): 75-91.
- [19] Wylie T, Zhu B. Intermittent map matching with the discrete fréchet distance[J]. *Eprint Arxiv*, 2014(8): 245-256.
- [20] 冯志刚, 周宏伟. 图像的分形维数计算方法及其应用[J]. *江苏大学学报: 自然科学版*, 2001, 22(6): 92-95.
- FENG Zhi-gang, ZHOU Hong-wei. Computing method of fractal dimension of image and its application[J]. *Journal of Jiangsu University of Science and Technology: Natural Science*, 2001, 22(6): 92-95.