

文章编号:1672-9331(2019)01-0073-06

TB5 钛合金板试件疲劳破坏过程的 宏微观跨尺度数值模拟

唐雪松, 刘 唐, 彭旭龙

(长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘 要: 为了研究 TB5 钛合金板试件从微观初始缺陷到宏观疲劳断裂全过程中的跨尺度数值模拟问题, 以约束应力表征材料的疲劳损伤度, 以约束应力区裂纹模型描述材料从微观到宏观的疲劳破坏过程, 以应变能密度因子作为宏微观跨尺度疲劳裂纹扩张的控制参量, 发展了一种宏微观跨尺度疲劳破坏过程的数值模拟方法。在该模型中, 可通过疲劳源处材料初始缺陷大小和 3 个尺度效应函数来表征材料微观因素对疲劳破坏过程的影响。对 TB5 钛合金光滑板试件(应力集中系数 $K_t=1$)和含切口板试件($K_t=3$)进行了数值模拟计算, 结果表明, 计算 $S-N$ 曲线与试验 $S-N$ 曲线能够精准吻合。通过考虑微观效应, 其疲劳寿命试验数据的离散性也可由模型计算结果得以体现。

关键词: 断裂力学; 钛合金; $S-N$ 曲线; 疲劳裂纹扩张; 宏微观跨尺度分析; 微观效应

中图分类号: O346.2

文献标识码: A

Micro/macro trans-scale numerical simulation for the fatigue failure process of TB5 titanium alloy plate specimens

TANG Xue-song, LIU Tang, PENG Xu-long

(School of Civil Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: The numerical simulation for the trans-scale fatigue failure process of TB5 titanium alloy plate specimens from the initial micro-defect to the macroscopic fatigue fracture is investigated. The fatigue damage degree can be represented by the restraining stresses. The micro/macro fatigue failure process can be described by the restraining stress zone crack model. Taking the micro/macro trans-scale strain energy density factor as a controlling parameter for the fatigue crack propagation, a micro/macro trans-scale numerical simulation approach for the fatigue process is developed. Adopting three scaling functions and the size of initial micro-defects at the fatigue source position, the influence of microscopic effects on the fatigue lives of specimens can be taken into account. The numerical simulation calculations are performed for the TB5 titanium alloy smooth plate specimens (stress concentration factor $K_t=1$) and the notched plate specimens ($K_t=3$). The results show that the calculated $S-N$ curves can accurately fit the experimental $S-N$ curves. With consideration of the microscopic effects, the scattered test data of fatigue lives of specimens can be re-pro-

收稿日期:2018-12-12

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2015CB057705)

通讯作者:唐雪松(1964—),男,湖南双峰人,长沙理工大学教授,博士,主要从事断裂、损伤力学及桥梁工程等方面的研究。E-mail:tang_xuesong@sina.com

duced by the proposed approach.

Key words: fracture mechanics; titanium alloy; S-N curve; fatigue crack growth; micro/macro trans-scale analysis; microscopic effect

据统计,在机械零件发生的失效破坏中,疲劳破坏高达 50%~90%^[1],所以疲劳破坏一直是国内外研究的热点问题之一。早在 1847 年,沃勒率先给出 S-N 疲劳寿命曲线和疲劳极限的概念,这成为疲劳分析的理论基础^[2]。1962 年,在大量疲劳试验数据的基础上,经归纳分析提出了 Paris 公式^[2]。之后的研究者对 Paris 公式反复修正、改进^[3],但是 Paris 公式始终无法适用于微观裂纹扩张阶段,仅是一种宏观的单一尺度模型,不能描述疲劳破坏从初始微观缺陷到宏观断裂的跨尺度过程^[4]。

大量试验数据表明,疲劳寿命试验值具有很大的离散性^[4]。即同样一组试件在完全相同的试验条件下,疲劳寿命却有很大的不同,高周疲劳寿命有时甚至相差 2~3 个数量级。其主要原因是材料的微观结构差异对疲劳寿命有显著的影响^[5]。因此,需要发展既能从微观到宏观的跨尺度数值模拟,又能考虑材料微观效应对疲劳破坏过程影响的疲劳分析新方法^[6]。在前期研究工作的基础上^[7-9],作者通过建立并运用宏、微观跨尺度裂纹扩张模型,进一步对 TB5 钛合金光滑板试件与含切口板试件的疲劳破坏过程进行数值模拟,并与试验结果进行对比分析。

1 跨尺度裂纹扩张模型与尺度效应函数

任何疲劳破坏过程都是从一微观缺陷处开始的,即所谓疲劳源。在循环应力的作用下,将形成微观裂纹并缓慢扩张,此阶段肉眼不可见。疲劳微裂纹继续扩张形成肉眼可见的宏观裂纹,宏观裂纹的扩张最后将导致试件宏观断裂。整个疲劳破坏过程是一个从微观到宏观的跨尺度过程(如图 1 所示)。

图 2 为宏微观跨尺度裂纹扩张模型示意图,其中, σ_{∞} 为远场作用应力。考虑到材料微观因素对裂纹扩张的影响,在约束应力区前端增加一段长度为 d 的裂尖微观损伤区。假设有一块完好无任何损伤的板,切开一个长度为 a 的切口,则在切

开的截面上有约束应力 σ_0 ,且 $\sigma_0 = \sigma_{\infty}$ 。如果 $\sigma_0 = 0$,则切口处就成为一个完全裂开的宏观裂纹。故无因次参量 $0 \leq \sigma_0 / \sigma_{\infty} \leq 1$ 可作为材料的损伤度指标。图 2 中, a 为约束应力区长度, d 为裂尖微观损伤区, $c = a + d$ 。开始时, $a = a_0$, a_0 是破坏过程起点的初始微观缺陷尺寸。随着材料损伤程度的增加,约束应力区尺寸 a 逐渐增大,同时约束应力 σ_0 逐渐减小;当长度 a 增大至毫米量级时,此时约束应力 σ_0 减小至 0,形成肉眼可见的宏观裂纹,宏观裂纹的继续扩张最后将致使试件断裂。由此可知,图 2 所示的模型可对金属材料从微观初始缺陷到最终宏观断裂的全过程进行统一描述。且图 2 所示模型不但可以描述疲劳破坏过程^[4,7-9],而且也可以用于描述其他形式荷载作用下的破坏过程,如静强度破坏问题^[10]。

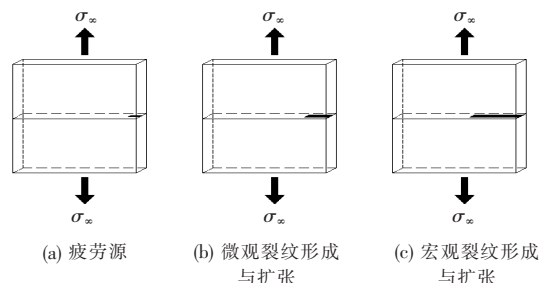


图 1 疲劳破坏过程示意图

Fig. 1 A diagram of fatigue failure process

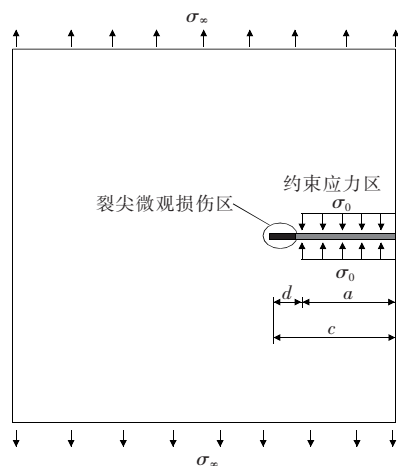


图 2 基于约束应力区的宏微观跨尺度裂纹扩张模型

Fig. 2 Micro/macro trans-scale crack growth model based on the restraining stress zone

图 2 所示模型用可复变函数方法解析求解,得到宏微观跨尺度应变能密度因子 $S_{\text{macro}}^{\text{micro}}$ 的表达式^[11]为:

$$S_{\text{macro}}^{\text{micro}} = Aa\sigma_{\infty}^2\mu^*(1-\sigma^*)^2\sqrt{d^*}. \quad (1)$$

$$\mu^* = \frac{\mu_{\text{micro}}}{\mu_{\text{macro}}}, \sigma^* = \frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}, d^* = \frac{d}{d_0}. \quad (2)$$

式中: A 为一材料参数; μ^* 为微观剪切模量 μ_{micro} 与宏观剪切模量 μ_{macro} 之比; σ^* 为约束应力 σ_0 与远端作用应力 σ_{∞} 之比; d^* 为裂尖微观损伤区长度 d 与材料晶粒特征尺寸 d_0 之比。

对于拉-拉循环疲劳破坏过程,其循环特征比 $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} > 0$, σ_{\max} 与 σ_{\min} 分别为每周循环的最大应力与最小应力。若试件的应力集中系数为 K_t ,那么每周循环应变能密度因子变化幅值有:

$$\Delta S_{\text{macro}}^{\text{micro}} = Aa(K_t\sigma_{\max})^2(1-R^2)\mu^* \cdot (1-\sigma^*)^2\sqrt{d^*}. \quad (3)$$

以 $\Delta S_{\text{macro}}^{\text{micro}}$ 作为从微观到宏观疲劳裂纹扩张的控制参数,仿照 Paris 公式,有

$$\frac{da}{dN} = C_0(\Delta S_{\text{macro}}^{\text{micro}})^n. \quad (4)$$

式中: N 为循环荷载作用次数。

将式(3)代入式(4),并令 $C = C_0A^n$,得

$$\frac{da}{dN} = C[a(K_t\sigma_{\max})^2(1-R^2)\mu^* \cdot (1-\sigma^*)^2\sqrt{d^*}]^n. \quad (5)$$

对式(5)进行积分,可得出 $a-N$ 关系式为:

$$a(N) = \int_0^N C[a(K_t\sigma_{\max})^2(1-R^2)\mu^* \cdot (1-\sigma^*)^2\sqrt{d^*}]^n dN. \quad (6)$$

式中: C 、 n 为 2 个材料疲劳特性参数。

式(6)一般无法解析积分,可由数值积分得出 $a-N$ 关系曲线。对于疲劳问题,式(6)中的 3 个无因次参量 μ^* 、 σ^* 与 d^* 是循环次数 N 的函数,或者说是约束应力区长度 a 的函数,称为尺度效应函数。微观效应对疲劳破坏过程的影响,通过这 3 个尺度效应函数可得到反映。对 3 个尺度效应函数物理意义的详细讨论可见文献[12]。注意式(5)与 Paris 公式的区别,Paris 仅适用于宏观裂纹的稳定扩张阶段,而式(5)适用于试件从微观缺陷到宏观断裂的整个过程,且可反映微观因素对疲劳裂纹扩张的影响。

2 疲劳破坏过程的跨尺度数值模拟

利用式(6)得出 $a-N$ 关系曲线,需要事先知道 3 个尺度效应函数 $\mu^*(a)$ 、 $\sigma^*(a)$ 与 $d^*(a)$ 的具体函数关系。起初, $a = a_0$, a_0 为微观初始缺陷,当前分析的尺度即为材料微结构的尺度,可取

$$\mu^* = 4, \sigma^* = 1, d^* = 1; \text{当 } a = a_0, \text{即 } N = 0. \quad (7)$$

随荷载作用次数 N 的增加, a 逐渐增大,当前的分析尺度也逐渐增加,材料的疲劳损伤逐渐累积,裂尖微观损伤区 d 也随之逐渐增大。当裂纹扩张到宏观尺度即肉眼可见时(取 $a = 1 \text{ mm}$),约束应力降为 0,形成宏观裂纹。此时,当前分析尺度到达宏观尺度,有 $\mu^* = 1, \sigma^* = 0$,取 $d^* = 9$,这个值在宏观裂纹扩张阶段保持不变,即

$$\mu^* = 1, \sigma^* = 0, d^* = 9; \text{当 } a > 1 \text{ mm}. \quad (8)$$

从式(7)所示的起点到式(8)所示的终点,取值没有相关试验或文献明确给出,本研究根据相关文献在合理范围内取得^[4, 7-10]。3 个尺度函数的具体变化路径无法确知,最简单的处理是假设为线性变化。最可能的情况是起初变化慢,后面变化加快;还有一种可能性是起初变化快,后面变化慢。为此,假设了三种形式的函数变化(一种是线性变化,另二种是抛物线变化),即路径 1~3,见式(9)~(11)及图 3~5。2 个材料疲劳特性参数 C 、 n 可由试验数据拟合得出。至此,可由式(6)得出 $a-N$ 关系曲线。当 $a-N$ 曲线几乎突然竖直朝上时,表示裂纹扩张速率趋向无穷大,裂纹失稳扩张,试件断裂,此时的循环次数 N_f 即为试件的疲劳寿命。

路径 1(抛物线):变化速率由快转慢

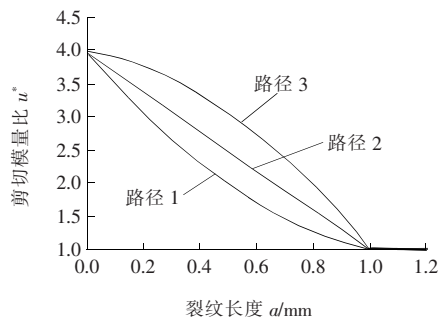
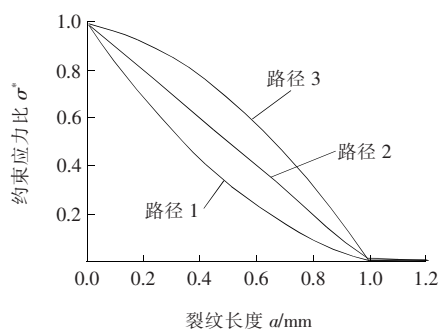
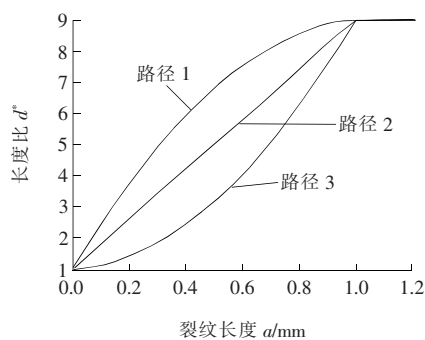
$$\begin{cases} \mu^*(a) = 2.9a^2 - 5.9a + 4, \\ \sigma^*(a) = 0.8a^2 - 1.8a + 1, \\ d^*(a) = -8.5a^2 + 17.5a + 1, \end{cases} \quad a \leq 1 \text{ mm}. \quad (9)$$

路径 2:线性变化

$$\begin{cases} \mu^*(a) = -3a + 4, \\ \sigma^*(a) = -a + 1, \\ d^*(a) = 9a + 1, \end{cases} \quad a \leq 1 \text{ mm}. \quad (10)$$

路径 3(抛物线):变化速率由慢转快

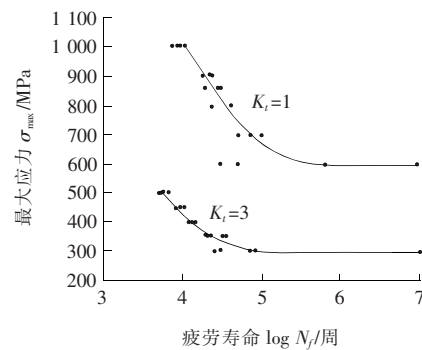
$$\begin{cases} \mu^*(a) = -2.9a^2 - 0.1a + 4, \\ \sigma^*(a) = -0.8a^2 - 0.2a + 1, \\ d^*(a) = 8.5a^2 + 0.5a + 1, \end{cases} \quad a \leq 1 \text{ mm}. \quad (11)$$

图3 剪切模量比 μ^* 随裂纹长度 a 的变化Fig. 3 Curves of shear modulus ratio μ^* versus crack length a 图4 约束应力比 σ^* 随裂纹长度 a 的变化Fig. 4 Curves of restraining stress ratio σ^* versus crack length a 图5 长度比 d^* 随裂纹长度 a 的变化Fig. 5 Curves of length ratio d^* versus crack length a

3 数值结果与分析讨论

TB5 钛合金是一种亚稳定 β 型合金,其名义成分为 Ti-15V-3Cr-3Sn-3Al,含有同晶型 β 稳定元素 V、共析型 β 稳定元素 Cr、中性元素 Sn 和 α 稳定元素 Al。该合金具有优良的冷轧和冷成型性能,冷轧变形量可达 90% 以上,可在室温下形成中等复杂的钣金零件。在应力循环比 $R=0.1$ 的

情况下,其光滑平板试件($K_t=1$)和应力集中系数 $K_t=3$ 的含切口平板试件的 $S-N$ 试验曲线见图 6,其基本力学性能与几何参数见表 1^[13]。



$$R=0.1, K_t=1, K_t=3$$

图6 TB5 钛合金平板试件试验 $S-N$ 曲线Fig. 6 Test $S-N$ curve of TB5 titanium alloy plate specimen

表1 TB5 钛合金平板试件材料与几何参数

Table 1 Material and geometrical parameters of TB5 titanium alloy plate

板厚 t/mm	极限强度 s_b /MPa	弹性模量 E_{macro} /GPa	平面应变断裂韧度 $K_{IC}/(MPa \cdot m^{0.5})$
1.5	1 182	97.6	91.1
宽度 L/mm	屈服应力 $\sigma_{0.2}$ /MPa	剪切模量 μ_{macro} /GPa	泊松比 ν_{macro}
—	1 089	67	0.34

参见文献[13,14]中对 TB5 钛合金材料微结构的分析,材料微结构组织大小范围约为 $1 \sim 30 \mu m$,取 $a_0=15 \mu m$,采用路径 2。由图 6 的试验 $S-N$ 曲线可知, $K_t=1, \sigma_{max}=1\ 000$ MPa,疲劳寿命 $N_f=10\ 000$,通过打靶计算,确定两个材料参数的值为:

$$C=1.710 \times 10^{-12}, n=2.692, \text{路径 2。} (12)$$

至此,数值计算所需的所有参数均已知。采用路径 2,材料初始微观缺陷范围 $a_0=1 \sim 30 \mu m$ 。通过数值积分,由式(6)可获得不同应力水平下光滑与切口试件($K_t=1,3$)的 $a-N$ 关系曲线。当 a 急骤增大时,此时对应的循环次数即为试件的疲劳寿命 N_f 。

表 2 列出了 $R=0.1, K_t=1$ 、采用路径 2、不同应力水平下疲劳寿命的计算值。表 3 列出 $R=0.1, K_t=3$ 、采用路径 2、不同应力水平下疲劳寿命

的计算值。图 7 给出了光滑与切口试件的计算 S-N 曲线。对比图 6 与图 7 可知,两图中的 S-N 曲线及数据点几乎完全吻合。

表 2 不同初始微观缺陷下试件疲劳寿命计算值:

路径 2, $R=0.1, K_t=1$

Table 2 Calculated values of fatigue life under the different initial micro-defects; path 2, $R=0.1, K_t=1$

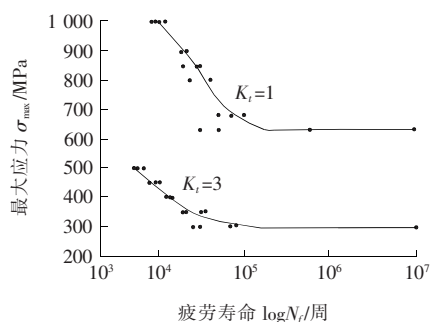
最大循环应力 σ_{\max}/MPa	疲劳寿命 $N_f/(\times 10^3)$	初始缺陷 $a_0/\mu\text{m}$
1 000	8,9,10,12	15.5,15.2,15.0,14.6
900	18,20,21	14.9,14.7,14.6
850	19,28,29,30	15.5,14.7,14.6,14.5
800	23,40	15.8,14.6
680	50,70,100	16.0,15.3,14.6
630	30,50,600,10 000	18.2,16.9,12.0,8.2

表 3 不同初始微观缺陷下试件疲劳寿命计算值:

路径 2, $R=0.1, K_t=3$

Table 3 Calculated values of fatigue life under the different initial micro-defects; path 2, $R=0.1, K_t=3$

最大循环应力 σ_{\max}/MPa	疲劳寿命 $N_f/(\times 10^3)$	初始缺陷 $a_0/\mu\text{m}$
500	5,5.3,5.6,6.6	12.2,12.1,12.0,11.9
450	7.8,8,9,10	12.4,12.3,12.1,11.9
400	12,13,14	12.7,12.6,12.5
350	19,21,31,35	13.2,13.1,12.4,12.2
300	25,30,70,80,10 000	14.3,14.0,12.4,12.1,6.2



$R=0.1, K_t=1, K_t=3$

图 7 TB5 钛合金平板试件计算 S-N 曲线:路径 2

Fig. 7 Calculated S-N curves of TB5 titanium alloy plate specimen; path 2

上面是采用路径 2 的数值的计算结果。如果采用路径 1 或路径 3,通过变换 2 个材料参数 C 与 n 的数值,同样可使数值模拟结果与试验结果精准吻合。具体计算结果见表 4 和表 5。

表 4 不同路径下参数 C, n 的取值与计算 S-N 曲线: $K_t=1$

Table 4 Values of two parameters C and n and the calculated S-N curves under the different evolution path; $K_t=1$

路径 1		路径 2		路径 3	
$C=8.825 \times 10^{-12}$		$C=1.710 \times 10^{-10}$		$C=9.873 \times 10^{-8}$	
$n=2.692$		$n=2.692$		$n=2.692$	
σ_{\max}/MPa	N_f	σ_{\max}/MPa	N_f	σ_{\max}/MPa	N_f
1 000	10 380	1 000	10 034	1 000	10 424
900	18 300	900	17 688	900	18 377
850	24 891	850	24 059	850	24 996
800	34 496	800	33 343	800	34 641
680	82 743	680	79 977	680	83 092
630	124 826	630	120 654	630	125 352

表 5 不同路径下参数 C, n 的取值与

计算 S-N 曲线: $K_t=3$

Table 5 Values of two parameters C and n and the calculated S-N curves under the different evolution path; $K_t=3$

路径 1		路径 2		路径 3	
$C=8.825 \times 10^{-12}$		$C=1.710 \times 10^{-10}$		$C=9.873 \times 10^{-8}$	
$n=2.692$		$n=2.692$		$n=2.692$	
σ_{\max}/MPa	N_f	σ_{\max}/MPa	N_f	σ_{\max}/MPa	N_f
500	4 647	500	4 452	500	4 701
450	8 189	450	7 846	450	8 284
400	15 433	400	14 785	400	15 612
350	31 664	350	30 336	350	32 032
300	72 604	300	69 558	300	73 448

三种路径均适用于疲劳破坏过程的数值模拟,其中路径 3 的变化规律更符合实际情况。理论上尺度效应函数有无数种可能,但实际变化情况一定是唯一的。由于当前试验观测条件的限制,无法精确得到尺度效应函数变化规律,这也是今后进一步研究的方向。

4 结论

1) 采用应变能密度因子作为宏微观跨尺度疲劳裂纹扩张的控制参量,基于约束应力区裂纹模型,提出了一种可考虑材料微观效应的疲劳破坏全过程数值模拟方法。疲劳破坏过程的跨尺度行为可由 3 个尺度效应函数来描述。材料微观因素对疲劳破坏行为的影响可通过这 3 个尺度效应函

数及初始微观缺陷来反映。

2) 数值计算结果表明, 计算 $S-N$ 曲线与试验 $S-N$ 曲线精准吻合。在考虑微观因素的影响时, 其疲劳寿命试验数据的离散性可由模型计算结果得以体现。

3) 假设了尺度效应函数 3 种可能的演变路径, 结果表明, 对于不同的演化路径, 通过变换两个材料参数 C 、 n 的数值, 数值模拟结果均可精确地与试验结果相吻合。

〔参考文献〕

- [1] 袁熙, 李舜酩. 疲劳寿命预测方法的研究现状与发展[J]. 航空制造技术, 2005, 12(21): 80-84.
YUAN Xi, LI Shun-ming. Research status and development of forecast fatigue life[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2005, 12(21): 80-84.
- [2] P C Paris. The growth of cracks due to variations in load[D]. USA: Department of Mechanical Engineering and Mechanics, Lehigh University, 1962.
- [3] 杨大鹏, 范慧歆, 赵耀. Paris 公式的修正[J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2013, 37(3): 505-508.
YANG Da-peng, FANG Hui-xin, ZHAO Yao. Modifying Paris formula[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science and Engineering, 2013, 37(3): 505-508.
- [4] X S Tang, T T Wei. Microscopic inhomogeneity coupled with macroscopic homogeneity: a localized zone of energy density for fatigue crack growth[J]. International Journal of Fatigue, 2015(70): 270-277.
- [5] M D Sangid. The physics of fatigue crack initiation[J]. International Journal of Fatigue, 2013, 57(12): 58-72.
- [6] X S Tang. Scatter of fatigue data owing to material microscopic effects[J]. Science China Physics Mechanics and Astronomy, 2014, 57(1): 90-97.
- [7] Zhang J R, Fan L, Tang X S. Energy density zone model and fatigue life prediction considering microscopic effects[J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2016, 39(12): 1542-1556.
- [8] 唐雪松, 李欣然, 魏天添. 低合金超高强度钢跨尺度疲劳失效行为分析[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2015, 12(1): 79-84.
TANG Xue-song, LI Xin-ran, WEI Tian-tian. Analysis of trans-scale fatigue failure behavior for low alloy and super-high strength steel material[J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science, 2015, 12(1): 79-84.
- [9] Tang X S, Peng X L. An energy density zone model for fatigue life prediction accounting for non-equilibrium and non-homogeneity effects[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2015(79): 105-112.
- [10] 唐雪松, 凡林. 微观因素对铸铁材料极限强度的影响[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2016, 13(3): 76-81.
TANG Xue-song, FAN Lin. Analysis of trans-scale fatigue failure behavior for low alloy and super-high strength steel material[J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science, 2016, 13(3): 76-81.
- [11] Sih G C, Tang X S. Asymptotic micro-stress field dependency on mixed boundary conditions dictated by micro-structural asymmetry; Mode I macro-stress loading[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2006, 46(1): 1-14.
- [12] Sih G C. Scalability and homogenization of transitional functions; effects of non-equilibrium and non-homogeneity[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2014(71): 14-20.
- [13] 编委会. 工程材料实用手册[M]. 北京: 中国标准出版社, 1988: 231-253.
Editorial Board. Practical handbook of engineering materials[M]. Beijing: Chinese Standard Press, 1988: 231-253.
- [14] 孙永娜, 柳长旭, 吴国清. TB5 钛合金薄板微观组织与弯曲性能关系研究[J]. 航空制造技术, 2017, 537(18): 48-52.
SUN Yong-na, LIU Chang-xu, WU Guo-qing. Research on relationship between microstructure and bending properties of TB5 sheet[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2017, 537(18): 48-52.