

文章编号:1672-9331(2019)01-0066-07

水下爆炸冲击过程三维数值模拟

赵利平^{1,2}, 徐亚辉^{1,2}, 黄筱云^{1,2}

(1.长沙理工大学 水利工程学院, 湖南 长沙 410114;

2.水沙科学与水灾害防治湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410114)

摘要: 为研究无限域和近水面水下爆炸冲击波压力特点以及近水面的物理特性,基于多物质 ALE 方法,采用 ANSYS/LS-DYNA 有限元分析软件,对无限域和近水面水下爆炸进行了三维数值模拟,再现了爆轰产物、水以及空气多物质介质间的相互作用过程。分析发现,在爆深不变的情况下,随着测深的减小,自由面对冲击波的影响主要体现在减小入射冲击波波脉宽和削弱冲击波峰值压力上;相同当量炸药在自由面产生的水柱,其上升的速度随着爆深的减小而逐渐增大。定性分析了近水面水下爆炸的密度分布情况,以及不同爆深情况下自由面水柱的形成过程。通过数值模拟研究了冲击波压力值的特性,并与经验值进行了对比,验证了计算模型具有较好的计算精度,同时三维再现了水下爆炸的复杂物理现象。

关键词: 爆炸力学; 水下爆炸; ALE 多物质算法; 三维数值模拟; 无限域; 近水面; 冲击波压力; 水柱

中图分类号: TV139.2

文献标识码: A

Three-dimensional numerical simulation of underwater explosion process

ZHAO Li-ping^{1,2}, XU Ya-hui^{1,2}, HUANG Xiao-yun^{1,2}

(1.School of Hydraulic Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114,

China;2.Key Laboratory of Water-Sediment Sciences and Water Disaster Prevention of

Hunan Province, Changsha 410114, China)

Abstract: In order to study the pressure characteristics of the underwater shock wave in the infinite water and near air-water surface and the physical characteristics of the air-water surface, three-dimensional numerical simulation of infinite water and near air-water surface underwater explosion was carried out based on the arbitrary Lagrangian-Eulerian method by finite element software ANSYS/LS-DYNA. The interaction between the water and the air during the process of explosion is investigated. According to analysis, we found that in the condition of the depth of detonation remaining unchanged, the influence of air-water surface on shock wave is mainly reflected in reducing the pulse width of incident shock wave and reducing the peak pressure of shock wave with the decrease of sounding depth. The height of water column produced by the same TNT explosive on the air-water surface increases with the decrease of the detonation depth. At the same time, the density distribution near air-water surface and the process of water column forming under different detonation depths are qualitatively analyzed, which is also reproduced with three-dimensional numerical simulation method. With the numerical simulation method, the characteristics of the shock wave val-

收稿日期:2018-11-29

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51309036,51679015);湖南省自然科学基金资助项目(2015JJ2006)

通讯作者:赵利平(1961-),男,浙江义乌人,长沙理工大学教授,博士生导师,主要从事水动力学基本理论、海岸环境中的泥沙运动以及港口、海岸工程结构等方面研究。E-mail:zhaolp@csust.edu.cn

ues are analyzed and certify that the model has better calculation accuracy compared with the empirical formula, and the process of underwater explosion near air-water surface is also represented.

Key words: mechanics of explosion; underwater explosive; arbitrary Lagrangian-Eulerian method(ALE); three-dimensional numerical simulation; infinite water; air-water surface; shock wave; water column

水下爆炸因其在水中很小区域有大量能量突然释放并在水中形成强烈的冲击波,故具有极大的威力,其研究不论对国防安全建设、水工结构安全建设、还是海洋开发都具有重要意义。相较于高成本、高难度的水下爆炸试验,数值模拟已经成为研究爆炸的主要手段之一。水下爆炸数值模拟需要解决模型精度以及大变形的问题,需选用合适的算法才能确保模拟的准确性。Espinosa 等^[1]采用 Lagrangian 网格对模拟的水体和炸药进行了划分,网格出现了严重畸变,导致数值逼近误差较大。为了解决上述问题,出现了任意拉格朗日—欧拉(ALE)算法。G·Barras 等人^[2]采用 ALE 多物质耦合算法,考虑边界条件的影响,研究了近自由面水下爆炸冲击波以及气泡脉动的动力学特性。Song ge^[3]对水下爆炸进行了试验研究,并基于 ALE 方法进行了数值模拟。倪小军等^[4]对水中爆炸冲击波在中远场内流—固界面上的压力值进行了试验测量,并建立了 1/4 模型,运用 ALE 方法进行了校核。安丰江等^[5]基于 LS-DYNA 的 ALE 方法,建立了水下爆炸流场与结构流固耦合计算模型,研究了近场流固耦合的全过程。同时,在数值模拟中,网格划分是非常关键的,爆炸冲击波的反射波和入射波的捕捉都要使用有限元模型,因此必须具有足够高的细化网格以得到更精确的求解结果。张社荣^[6]通过建立全耦合模型,研究了不同比例爆炸距离下爆炸冲击波数值模拟的网格尺寸效应与计算精度。钟冬望等^[7]利用 ANSYS/LS-DYNA 有限元软件,建立了三维有限元模型,并拟合了水下爆炸冲击波压力峰值计算公式。以上模拟方法大多限于二维或采用三维对称简化的方法数值模拟,与真实的三维情况存在差距,且未对水下爆炸过程有系统的研究。

因此,作者采用 ALE 多物质方法,对无限域和近自由面冲击波载荷的特征水下爆炸过程进行三维数值研究,同时为保证本次数值模拟的精确性,模型划分达四百多万个单元。ALE 多物质方

法的主要特点是用 ALE 多物质单元来模拟一种或多种流体,建模时单元网格只是用来覆盖物体可能运动的空间,网格具有任意性,因此其在处理大变形、多物质流动等方面具有独特的优势。

1 ALE 方法

传统的 Lagrange 算法所描述网格单元是附着在材料上的,网格和结构是一体的,即随着材料的流动而产生单元网格的变形。Euler 法是以空间坐标为基础,网格和结构是相互独立的,网格在空间中是始终保持不动的,网格与网格之间的物质可以流动,但是这种方法很难捕捉到物质界面的运动情况。

ALE 算法兼具 Lagrange 方法和 Euler 方法二者的特长,可以克服单元严重畸变引起的数值计算困难,并实现流体—固体耦合的动态分析。使用多物质 ALE 单元建模时,单元网格所描述的不是物体的几何形状,它只是用来描述物体可能运动的空间,网格只是积分域的描述,因此物体的几何描述是通过体积比例这一变量实现的。

2 材料模型

水下爆炸建模数值模拟中涉及到的 ALE 多物质材料有炸药、空气和水三种物质。

2.1 炸药

爆炸力学中描述爆轰产物系统中各物理量(压力、体积、温度等)之间的关系称为爆轰产物状态方程,其中最为广泛应用的是 JWL 状态方程,其定义压力为相对比容 V 和爆轰产物比内能 e 的函数:

$$p = A \left(1 - \frac{\omega}{V R_1} \right) e^{-V R_1} + B \left(1 - \frac{\omega}{V R_2} \right) e^{-V R_2} + \frac{\omega e}{V}.$$

式中: p 为爆轰产物压力; V 为爆轰产物的相对比

容, $V = \frac{v}{v_0}$; $v = \frac{1}{\rho}$ 是爆轰产物的比容; v_0 是爆轰前

炸药的初始比容; e 为爆轰产物的比内能, $e = \frac{e_0}{V}$;

e_0 为初始比内能; A, B, R_1, R_2, ω 为待拟合参数。

在 LS-DYNA 软件中, 需要输入 JWL 状态方程的 $A, B, R_1, R_2, \omega, e_0, V_0$ 等参数值 (如表 1 所示)。

表 1 水下爆炸试验装药状态方程参数

Table 1 Parameter of EOS equation of TNT

炸药	$\rho /$ ($\text{km} \cdot \text{m}^{-1}$)	$D /$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	$P /$ GPa	$A /$ GPa	$B /$ GPa	R_1	R_2	ω
TNT	1 570	6 850	19.1	374.2	3.23	4.15	0.95	0.3

2.2 空气

在 LS-DYNA 中进行空气的模拟一般选择理想气体状态方程。

空气模型采用线性多项式状态方程, 线性多项式状态方程表示单位初始体积内能的线性关系, 其压力计算公式^[8]为:

$$p = C_0 + C_1 \mu + C_2 \mu^2 + C_3 \mu^3 + (C_4 + C_5 \mu + C_6 \mu^2) E. \quad (1)$$

当考虑理想气体时, 上述等式中的系数取值如表 2 所示。相应的等式可以做适当的简化, 即

$$C_5 = C_4 = \gamma - 1, C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = C_6 = 0.$$

$$p = (\gamma - 1) \frac{E}{v_r}. \quad (2)$$

式中: E 为单位体积内能; $v_r = \frac{v}{v_0} = \frac{\rho_0}{\rho}$ 为相对体积; γ 为单位热值率。

表 2 空气的多项式状态方程参数

Table 2 Parameter of EOS equation of air

参数	取值	参数	取值	参数	取值
C_0	0.0	C_4	0.4	$E_0 / (\times 10^{-6} \text{ GPa})$	2.533
C_1	0.0	C_5	0.4	$R_0 / (\times 10^{-3} \text{ G} \cdot \text{cm}^{-3})$	1.29
C_2	0.0	C_6	0.0		
C_3	0.0				

表 3 水的多项式状态方程参数

Table 3 Parameter of EOS equation of water

$C / (\text{cm} \cdot \mu\text{s}^{-1})$	S_1	S_2	S_3	α	γ_0	$\rho / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$
0.148	2.56	-1.986	0.226 8	3.0	0.493 4	1.0

3 数值模拟

水下爆炸冲击波的表征参数主要是峰值压力

2.3 水介质

水中初始压力一般都小于 10 MPa, 与近场水下爆炸冲击波相比是非常小的, 一般情况下不予考虑。而 Mie-Gruneisen 状态方程能够较好地描述水中初始压力的存在。Mie-Gruneisen 状态方程将压力和内能分为冷压、冷能和热压、热能两部分, 通常以 Hugoniot 为参考状态, Mie-Gruneisen 高压状态方程为:

$$p = p_H \left(1 - \frac{\mu \gamma}{2} \right) + \gamma(v)(1 + \mu) \rho_0 [E - E_0]. \quad (3)$$

已知 Hugoniot 的冲击关系形式^[9]为:

$$D = C_0 + S_1 u + u^2 S_2 / D + u^2 S_3 / D^2. \quad (4)$$

将式(4)、(5)结合冲击波关系式 $\rho_0 D = \rho(D - u)$ 、 $p_H = \rho_0 D u$, 可得到完整的高压状态方程为:

$$\begin{cases} p_H = \frac{\rho_0 C_0^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2} \mu - \frac{a \mu^2}{2} \right) \right]}{\left[1 - \mu (S_1 - 1) - \frac{\mu^2 S_2}{\mu + 1} - \frac{\mu^2 S_3}{(\mu + 1)^2} \right]^2} + \\ (\gamma_0 + a \mu) E_v, & \mu \geq 0 \\ p = \rho_0 C_0^2 \mu + (\gamma_0 + a \mu) E_v, & \mu < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\gamma = (\gamma_0 + a \mu) / (\mu + 1). \quad (6)$$

式中: E_v 为初始单位体积的内能能量; a 为常数, 是 γ_0 的一阶体积修正系数。

本次数值模拟采用的 Mie-Gruneisen 状态方程参数如表 3 所示。

和比冲量。在本研究中, 峰值压力的模拟计算结果主要与经验公式值进行对比。对于 TNT 炸药, 根据 Cole 的经验公式可得某点的压力时程曲线为:

$$p_t = \begin{cases} p_m e^{-\frac{t}{\theta}}, & t < \theta \\ 0.36 p_m \frac{\theta}{t} \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^{1.5} \right], & \theta \leq t < t_p \end{cases} \quad (7)$$

$$p_m = \begin{cases} 44.1 \times 10^6 \left(\frac{\sqrt[3]{w}}{R} \right)^{1.5}, & 6 \leq \frac{R}{R_0} \leq 12 \\ 52.16 \times 10^6 \left(\frac{\sqrt[3]{w}}{R} \right)^{1.13}, & 6 \leq \frac{R}{R_0} \leq 240 \end{cases} \quad (8)$$

式中: p_m 为冲击波压力峰值; θ 为冲击波指数衰减时间常数; w 为炸药重量; R 为起爆距离。

3.1 无限域水下爆炸数值验证

三维无限水域自由场水下爆炸 ALE 模型为 $1 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ 立方体, 质量为 6.57 kg 的球形炸药, 水域中心起爆, R 为距炸药中心距离(见图 1)。四周边界条件设置为无反射边界条件, 以此来简化模型, 模拟无限水域。图 2 为计算得到的不同爆距处冲击波的压力时程曲线。从图 3 中冲击波压力的数值模拟结果与理论值对比可以看出, 数值计算得到的压力峰值衰减规律与理论值是一致的, 但相同爆距处的压力峰值比理论值低 10% 以下; 且随着爆距的增大, 误差相差越大。这主要是因为采用 ALE 的模拟方法不能反应具有强间断冲击波压力突跃, 以及在计算过程中采用人工黏性系数来消除震荡的影响而由此导致的冲击波压力峰值减小。

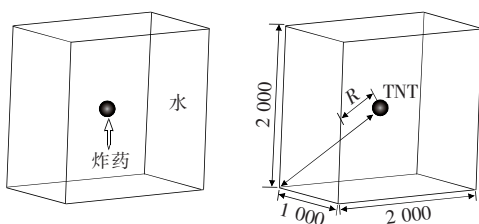


图 1 无限域水下爆炸模型(单位:mm)

Fig. 1 FEM model of underwater explosion in infinite water(Unit:mm)

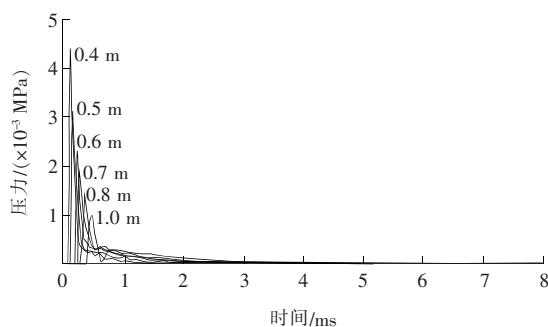


图 2 不同爆距处冲击波压力时程曲线的数值模拟结果

Fig. 2 Curve of pressure versus time for different distance

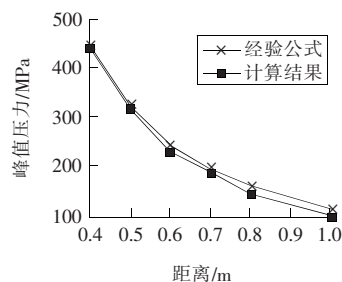


图 3 不同爆距处冲击波峰值压力对比

Fig. 3 Result comparison of simulation and theory in different distance

3.2 近自由面水下爆炸分析

建立由空气、水和炸药组成的三维有限元模型, 炸药同样采用 6.57 kg ; 水域尺寸为 $2 \text{ m} \times 1.5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$, 空气层高 0.5 m , R 为爆距, H 为爆深(见图 4)。四周边界条件设置为无反射边界条件, 以消除边界冲击波反射的影响。

1) 基本物理过程。

图 5 给出了近自由面水下爆炸冲击波压力传播过程。由图 5(b)可知, 当炸药在水下起爆 $279.1 \mu\text{s}$ 后, 冲击波传播到自由水面处, 并与水面相互作用, 将在自由面处产生向下反射的强烈稀疏波, 以及向空气中传播透射的冲击波。由于空气的声阻抗较水的声阻抗小得多, 因此透射到空气中的冲击波要远小于在自由面反射的稀疏波。同时, 反射的稀疏波与入射的冲击波相互作用产生水面截断效应, 此时自由面下方水介质受拉形成空化区。如图 5(c)、(d)所示, 随着冲击波的传播, 自由水面下的空化区将越来越大。在空化区闭合过程中, 将产生沿径向传播的压缩波, 形成空化压力脉动。

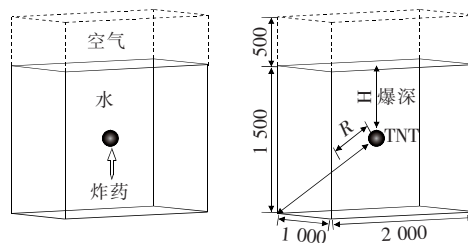


图 4 近水面水下爆炸数值模型(单位:mm)

Fig. 4 FEM model of underwater explosion in the near air-water surface(Unit:mm)

2) 自由面对冲击波压力峰值压力的影响。

由于存在自由面截断效应^[10], 将近自由面水

下爆炸和无限域情况下的进行对比,考虑爆深 H 的影响,对比分析两种情况下相同爆深处的冲击波压力峰值。水下爆炸冲击波稀疏波反射对入射波影响的区域可划分为规则反射区和不规则反射区。当反射波作用不影响入射波传播、作用区域不削弱冲击波峰值压力时,为规则反射区;当反射波作用影响入射波传播、削弱入射波的冲击波峰值压力时,为不规则反射区。

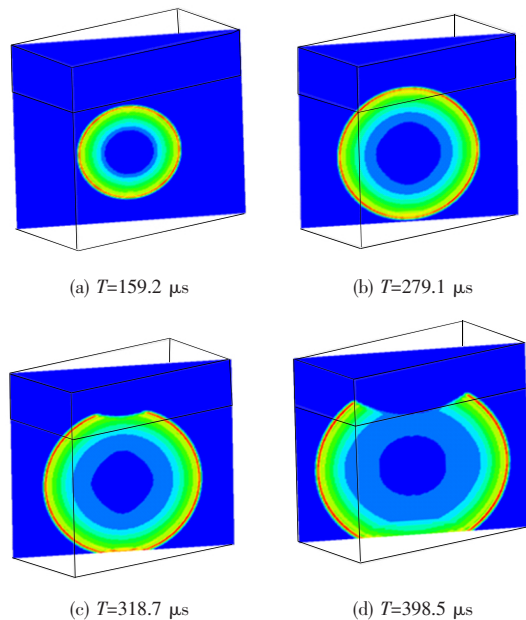


图5 近水面水下爆炸冲击波传播过程

Fig. 5 Shock wave propagation of the near air-water surface explosion

图6中,(a)图为自由面和无限域在测高为25 cm处的对比,两者的冲击波脉冲和压力峰值均无太大的变化,说明在此爆距处近自由面并未对水下爆炸冲击波的传播造成影响,为规则反射区;从(b)图可以发现,近自由面中的冲击波的压力峰值和无限域的对比无明显变化,但是相应的波形脉宽变为无限域的1/3,说明此时从自由面反射的稀疏波已经开始对入射波产生影响,但是还未削弱峰值压力;(c)图中,自由面处的峰值压力已经削弱得非常厉害,为无限域的0.2倍左右,而波脉宽也减小为原来的1/4左右;(b)、(c)图中的冲击波均受到反射稀疏波的影响,致使冲击波波形和峰值压力发生变化,该处区域为非规则反射区。

从上述测点分析可知,在爆深不变的情况下,随着测深的减小,反射波对入射冲击波的影响越

来越大,主要体现在减小了入射冲击波波形脉宽和削弱了冲击波峰值压力上。

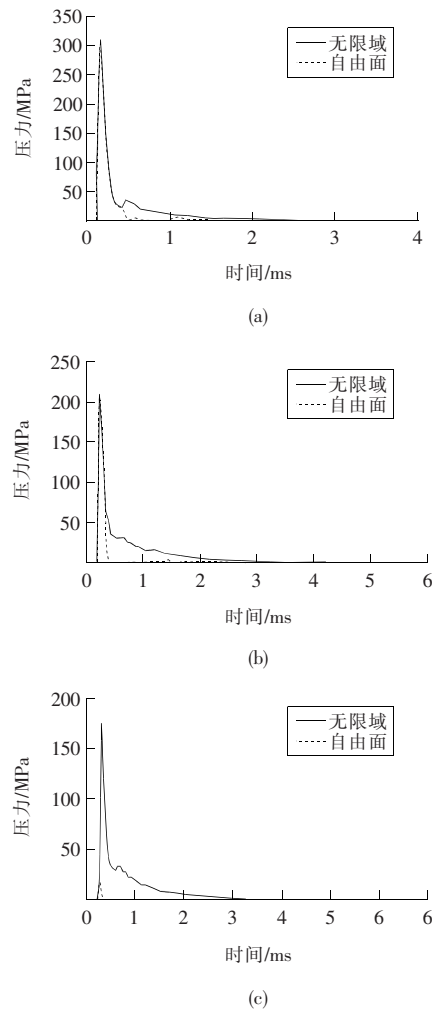


图6 不同反射区冲击波特征

Fig. 6 Shock wave characteristics of different reflection zones

3) 近自由面水下爆炸流场密度变化。

为研究流场内密度的变化,模拟采用0.18 kg炸药,爆深 $H=0.15$ m。图7给出了四个不同时刻的密度分布图。水下起爆时,炸药内的爆轰波传到药包的表面,炸药和水的交界面处受到爆轰产物的冲击作用,产生剧烈的压缩和运动,水的密度瞬间增大。 $T=40 \mu\text{s}$ 时可以看出,炸药周围的水体瞬间达到最大(1.174 g/cm^3)。冲击作用沿径向继续扩散,形成水中冲击波阵面向四周传递,导致四周水体的密度不断增大[如图7(c)所示]。自由面处,由于冲击波与自由表面发生作用后形成水柱喷溅,水的密度也随之降低,如图7[(c),(d)]

所示。同时也可以发现,爆炸作用后,爆轰产物在水中形成空腔,空腔形成后不断膨胀,体积变大,其内部密度也随之急速下降,形成低密度区。

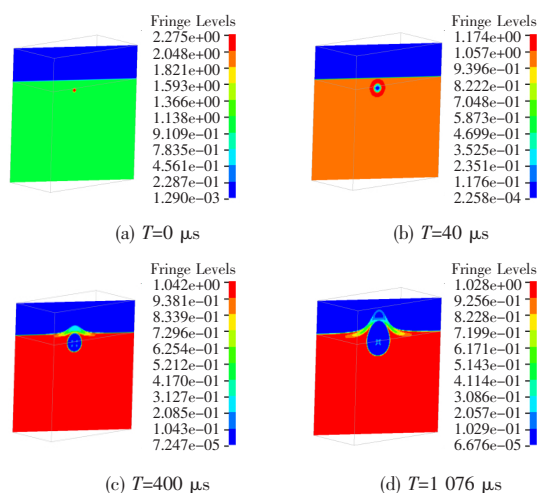


图 7 不同时刻密度分布

Fig. 7 Density distribution at different instants

4) 爆深对喷柱产生的影响。

水柱的产生是近水面水下爆炸最直观、最明显的现象。水柱一般有两类:一类是分布较广,影响区域较大,在上升一定距离后出现了水柱破碎,形成向四周飞溅的水花;另一类是辐射范围比较小,但是水柱高而窄,向上运动的趋势较大,水柱破碎后,飞溅的水花抛洒角度小,形成较小的喷柱^[11,12]。本次模拟中采用 0.18 kg 炸药,研究相同的时刻爆深分别为 0.2, 0.15, 0.1, 0.05 m 情况下产生的水柱。从图 8 可以看出,炸药引爆后产生的爆轰产物推动自由水面向上凸起。图 8(a)中爆深最大,其对水面产生的影响仅仅使水面微微凸起,周围产生水纹范围较大。从图 8[(b)、(c)]可以明显看到水柱凸起且未有水柱破碎。图 8(c)中形成的水柱较图 8(b)的明显高而窄。图 8(d)图中的爆深最小,其产生的水柱在相同时刻早已破碎,且破碎程度较大,形成了分布较广、向四周飞溅的喷柱。

从以上分析可知,当炸药当量一定时,水柱产生的大小和喷柱的形成与爆深有关。当爆深由大变小时,水柱的形式由矮而宽逐渐演变为高而窄,水柱上升的速度也逐渐由小变大(如图 9 所示);爆深越小时,水柱上升的速度越快,喷柱的形成时间也越来越早,沿径向喷射的范围也越来越大。

这主要是因为爆轰产物形成的气泡到达水面后,气泡处于收缩阶段,若气泡刚开始收缩不久就到达水面,由于气泡上浮速度小,气泡几乎只做径向飞散,此时水柱按径向喷射出现,呈现出水花喷溅。若气泡在最大压缩的瞬间到达水面,气泡上升速度很快,这时气泡上方几乎所有的水都垂直向上喷射,从而形成一个高而窄的喷柱。当炸药爆深足够大时,气泡在到达自由表面以前就被分散和溶解了,这时喷溅现象就不会出现。

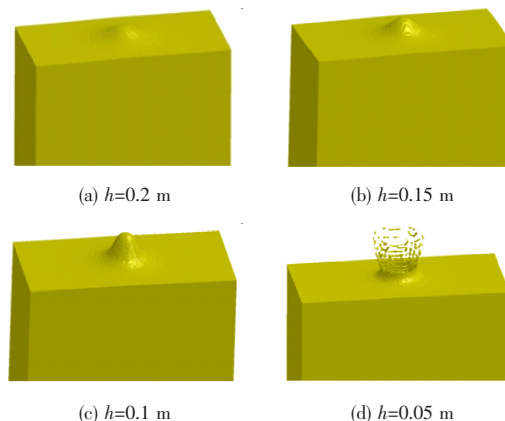


图 8 不同爆深下水柱形成过程

Fig. 8 Water column phenomena of different explosion depths

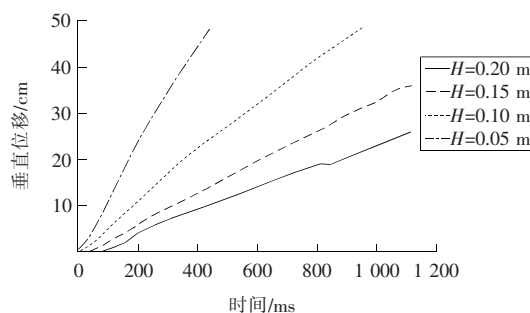


图 9 喷柱垂直位移变化曲线

Fig. 9 The vertical displacement curve of the water column

4 结论

由于水下爆炸近场流体具有高压特性,因此研究流场载荷特性以及爆炸过程试验有很大的难度,所以需要倚重可靠的数值模拟方法。作者运用多物质 ALE 方法对无限域和近水面水下爆炸过程进行了数值模拟,对比分析了无限域和近水面水下爆炸载荷特性,重现了近场水下爆炸的全

物理过程,得到如下结论。

1) 自由面的存在可以削弱冲击波的影响,主要体现在减小入射冲击波波形脉宽和削弱冲击波峰值压力上。在不规则区反射区,随着爆深的减小,自由面对冲击波压力特性的影响越明显,本研究中压力峰值最大削弱为无限域的0.2倍,波脉宽为无限域的1/4左右。

2) 水下爆炸在近水面产生的水柱的破坏形式与爆深有关。爆深由大变小,水柱的形式由矮而宽变为高而窄,并进一步形成喷柱;相应的水柱的上升速度也随着爆深的减小而逐渐加快。

〔参考文献〕

- [1] Espinosa H D, Lee S, Moldovan N. A novel fluid structure interaction experiment to investigate deformation of structural elements subjected to impulsive loading[J]. *Experimental Mechanics*, 2006, 46(6): 805-824.
- [2] Barras G, Souli M, Aquelet N, et al. Numerical simulation of underwater explosions using an ALE method. The pulsating bubble phenomena[J]. *Ocean Engineering*, 2012, 41(1): 53-66.
- [3] Song Ge, Chen Zu-yu, Long Yuan. Experimental and numerical investigation of the centrifugal model for underwater explosion shock wave and bubble pulsation[J]. *Ocean Engineering*, 2017, 142(15): 523-531.
- [4] 倪小军, 马宏昊, 沈兆武, 等. 流-固界面冲击波入射压力的测试及数值模拟[J]. *高压物理学报*, 2013, 27(4): 528-533.
NI Xiao-jun, MA Hong-hao, SHEN Zhao-wu, et al. Experimental measurement and numerical simulation of incident shock wave pressure on the fluid-solid interface[J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2013, 27(4): 528-533.
- [5] 安丰江, 施惠基, 刘琼, 等. 水下爆炸近场压力特性及其与结构的流固耦合作用[J]. *兵工学报*, 2015, 36(1): 14-24.
AN Feng-jiang, SHI Hui-ji, LIU Qiong, et al. Load characteristics of near-field of underwater explosion and its fluid-structure interaction[J]. *Acta Armamentarii*, 2015, 36(1): 14-24.
- [6] 张社荣, 李宏璧, 王高辉, 等. 空中和水中爆炸冲击波数值模拟的网格尺寸效应对比分析[J]. *水利学报*, 2015, 46(3): 298-306.
ZHANG She-rong, LI Hong-bi, WANG Gao-hui, et al. Comparative analysis of mesh size effects on numerical simulation of shock wave in air blast and underwater explosion[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2015, 46(3): 298-306.
- [7] 钟冬望, 黄小武, 殷秀红. 水下爆炸冲击波的数值模拟与试验研究[J]. *爆破*, 2015, 32(4): 17-20.
ZHONG Dong-wang, HUANG Xiao-wu, YIN Xiu-hong. Numerical simulation and experimental study of underwater explosion shock wave[J]. *Blasting*, 2015, 32(4): 17-20.
- [8] LS-DYNA keyword user's manual volume I[S]. California: Livermore Software Technology Corporation, 2016.
- [9] 李晓杰, 张程娇, 王小红, 等. 水的状态方程对水下爆炸影响的研究[J]. *工程力学*, 2014, 31(8): 46-52.
LI Xiao-jie, ZHANG Cheng-jiao, WANG Xiao-hong, et al. Numerical study on the effect of equations of state of water on underwater explosions[J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(8): 46-52.
- [10] 张社荣, 孔源, 王高辉. 水下和空中爆炸冲击波传播特性对比分析[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(13): 148-153.
ZHANG She-rong, KONG Yuan, WANG Gao-hui. Comparative analysis on propagation characteristics of shock wave induced by underwater and air explosions[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(13): 148-153.
- [11] 鄧斌伟, 张志江, 李健, 等. 近水面水下爆炸水柱效应研究[J]. *北京理工大学学报*, 2009, 29(1): 5-8.
ZHI Bin-wei, ZHANG Zhi-jiang, LI Jian, et al. A study on water columns produced by near water surface explosion[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2009, 29(1): 5-8.
- [12] 明付仁, 张阿漫, 杨文山. 近自由面水下爆炸冲击载荷特性三维数值模拟[J]. *爆炸与冲击*, 2012, 32(5): 508-514.
MING Fu-ren, ZHANG A-man, YANG Wen-shan. Three-dimensional simulations on explosive load characteristics of underwater explosion near free surface[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2012, 32(5): 508-514.