

DOI: 10.19951/j.cnki.1672-9331.202200504001

文章编号:1672-9331(2023)06-0159-11

引用格式:张志勇,金博文.分布式驱动电动汽车轨迹跟踪与横向稳定性协同控制[J].长沙理工大学学报(自然科学版),2023,20(6):159-169.

Citation: ZHANG Zhiyong, JIN Bowen. Cooperative control of trajectory tracking and lateral stability of distributed driven electric vehicle [J]. J Changsha Univ Sci Tech (Nat Sci), 2023, 20(6): 159-169

# 分布式驱动电动汽车轨迹跟踪与横向稳定性 协同控制

张志勇,金博文

(长沙理工大学 汽车与机械工程学院,湖南 长沙 410114)

**摘要:**【目的】针对车辆轨迹跟踪过程中车辆横向稳定性和跟踪精度的多目标控制问题,提出一种基于可拓集合的车辆轨迹跟踪与横向稳定性协同控制策略。【方法】建立了包含车辆轨迹跟踪精度和横向稳定性的统一车辆模型,基于滑模控制策略建立上层控制器,实时计算能够实现车辆轨迹跟踪的前轮转角和改善横向稳定性的直接横摆力矩。结合可拓集合理论,提出了轨迹跟踪精度和横向稳定性两个控制权重的自适应调整方法,以实现两个控制目标的协同控制。利用分布式驱动电动汽车四个车轮转矩可独立控制的优势,提出了最大化路面附着极限利用率的车轮转矩分配控制策略,以达到可靠实现直接横摆力矩的目的。【结果】基于MATLAB/Simulink和CarSim的联合仿真,验证了所提出的协同控制策略在确保车辆精确跟踪轨迹的同时,改善了车辆的横向稳定性。【结论】仿真结果证明,基于车辆横向稳定性指标的可拓距能准确地评价车辆的横向稳定性,提出的轨迹跟踪精度与横向稳定性控制权重自适应调整方法能协同控制两个目标,转矩分配控制策略能可靠实现直接横摆力矩。

**关键词:**横向稳定性;轨迹跟踪;分布式驱动电动汽车;转矩分配控制;可拓集合

**中图分类号:**U461.6

**文献标志码:**A

## 0 引言

目前,智能汽车已成为汽车工业界的研究热点,而电动汽车的发展更有利于实现节能减排的国家战略。因此,电动汽车智能化已成为未来汽车工业发展的重要研究领域。为了实现电动汽车的智能化,需要应用更多更先进的控制系统。采用控制自由度较高的车轮独立驱动方式更有利于实现电动汽车的智能化。因此,分布式驱动已成为有效实现低能耗并发挥控制优势的技术方案之一<sup>[1]</sup>。

自动驾驶汽车具有结构复杂、强非线性、强耦合、安全性要求高等特点<sup>[2-4]</sup>,随着交通环境的不断复杂化,越来越需要精确和有效的控制算法来提高路径跟踪的可靠性、可用性、安全性<sup>[5]</sup>。分布

式驱动电动汽车相比于集中驱动电动汽车,具有驱动结构简单、车轮转矩分配控制灵活度高等优点<sup>[6-8]</sup>。这使得分布式驱动电动汽车在超车、换道等复杂行驶工况下实现轨迹跟踪控制更具优势,分布式驱动电动汽车有望成为未来自动驾驶汽车的首选。

随着自动驾驶的深入研究,部分研究者开始考虑车辆动力学模型的实时参数波动对轨迹跟踪的影响<sup>[9]</sup>。赵治国等<sup>[10]</sup>建立了单点预瞄跟踪模型,由滑模控制器输出前轮转角,以路径跟踪精度与车辆横向稳定为指标,提出了预瞄距离的实时优化的粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO),以实现预瞄距离在线调节。寇发荣等<sup>[11]</sup>以汽车横向车速包络线为约束,并采用线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)最优控制方法校准车辆轨迹跟踪误差,提高

收稿日期:2022-05-04;修回日期:2022-05-11;接受日期:2022-05-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51675057);湖南省教育厅科学研究项目(18K049, 20A018)

通讯作者:张志勇(1976—)(ORCID:0000-0002-8970-1086),男,副教授,主要从事智能汽车和电动汽车技术方面的研究。E-mail: zzy04@163.com

了车辆非线性曲率路段行驶稳定性。张涌等<sup>[12]</sup>基于车辆运动学模型建立跟踪预瞄模型,提出了滑模控制与模糊控制相结合的横向稳定与轨迹跟踪的协调控制算法。蔡英凤等<sup>[13]</sup>根据车辆以不同车速进行转弯时所展现的车辆状态差异,提出了一种在低速行驶时使用比例积分微分控制(proportional-integral-derivative control, PID)算法,在高速行驶时使用模糊预测控制(model predictive control, MPC)方法的轨迹跟踪混合控制策略。该文提出的混合控制策略不仅能够满足汽车在不同速度下的轨迹跟踪精度,而且还能满足车辆行驶的稳定性需求。郭应时等<sup>[14]</sup>采用了4种常用的路径跟踪模型,并进行乘坐舒适性及路径跟踪模型拟人程度的比较,得到了乘坐舒适性最佳,路径跟踪模型拟人程度较好的模型。张维刚等<sup>[15]</sup>采用二次规划改进了线性时变预测控制算法,提高了路径跟踪的精确性和车辆行驶的稳定性。姜立标等<sup>[16]</sup>通过改进滑模控制策略的趋近率,缩短了轨迹误差收敛时间,改善了抖振现象。然而,上述研究都仅考虑单独控制目标对智能汽车轨迹跟踪精度的影响,并未从多个控制目标的相互干涉、控制权重的调整等方面展开研究,也未针对分布式驱动电动汽车建立车轮转矩分配策略。由于分布式驱动电动汽车与传统汽车的动力输出方式存在较大差异<sup>[17-19]</sup>,所以应针对分布式驱动电动汽车建立车轮转矩分配策略,以充分体现该驱动形式的优越性。综上可知,开展基于分布式驱动电动汽车的横向稳定性与轨迹跟踪精度的协同控制具有一定的研究意义。

基于多目标的轨迹跟踪控制须根据汽车实时行驶状态确定各个控制目标的权重系数<sup>[20]</sup>。蔡英凤等<sup>[21]</sup>以路径曲率与横向误差作为可拓控制的参考信号来评价车辆的轨迹跟踪状态。该研究虽然能确保车辆在曲率变化较大的道路上行驶时具有良好的跟踪效果,但是没有考虑车辆行驶时横向稳定对轨迹跟踪的影响。蔡英凤等<sup>[22]</sup>以航向角偏差等三种参量为指标来衡量多个控制器优劣,在不同的工况下实时切换控制器,以获得最佳性能。该研究只是根据可拓集合实时切换控制效果更好的横向跟踪控制器,并未对横向稳定与轨迹跟踪的相互干涉问题进行研究。

针对上述问题,本文设计了一种横向稳定与

轨迹跟踪协同控制的方法。首先,建立路径跟踪与横向稳定的多目标滑模控制器,并引入可拓域思想,确定轨迹跟踪与横向稳定的权重系数,通过在线调节权重系数来实现横向稳定与轨迹跟踪的协同控制。同时,提出一种适用于分布式驱动电动汽车的转矩分配策略,以实现纵向力矩与直接横摆力矩的合理分配。基于MATLAB/Simulink和CarSim的联合仿真,证明本文设计的协同控制器可以在保证轨迹跟踪精度的同时,实现对车辆行驶的稳定性控制。

## 1 控制策略设计参考模型

### 1.1 车辆动力学模型

二自由度车辆动力学模型用于表示横向稳定性,其中 $x$ 轴为汽车的纵轴, $y$ 轴为汽车的横轴,如图1所示。车辆动力学模型<sup>[23]</sup>表示如下:

$$m(\dot{v}_y + v_x \gamma) = (F_{yf} + F_{yr}) \quad (1)$$

$$I_z \dot{\gamma} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} + M_z \quad (2)$$

式(1)~(2)中: $M_z$ 为直接横摆力矩; $v_y$ 和 $v_x$ 分别为车辆的横向和纵向车速; $m$ 为整车质量; $l_f$ 和 $l_r$ 分别为前轴和后轴到质心的距离; $I_z$ 为绕 $z$ 轴的转动惯量; $F_{yf}$ 和 $F_{yr}$ 分别为前、后轴轮胎的横向力; $\gamma$ 为横摆角速度。另外,图1中的 $\beta$ 为质心侧偏角。

轮胎的横向力表示如下:

$$\begin{cases} F_{yf} = C_f \alpha_f \\ F_{yr} = C_r \alpha_r \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\alpha_f$ 和 $\alpha_r$ 分别为前、后轮胎侧偏角; $C_f$ 和 $C_r$ 分别为前、后轮轮胎的侧偏刚度。

轮胎侧偏角的计算方法如下:

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_f - (l_f \gamma + v_y)/v_x \\ \alpha_r = (l_r \gamma + v_y)/v_x \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\delta_f$ 为前轮转角。

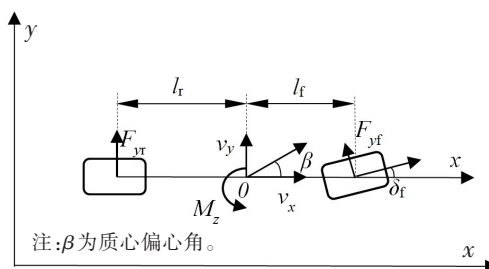


图1 车辆动力学模型

Fig. 1 Vehicle dynamic model

## 1.2 轨迹跟踪模型

轨迹跟踪精度通过实际轨迹与期望轨迹的横向误差进行计算。其中,轨迹跟踪的横向误差 $e$ 的计算式如下:

$$\dot{e} = v_x \sin \psi + v_y \cos \psi \quad (5)$$

式中: $\psi$ 为航向角偏差。

由于航向角度在多数情况下较小,式(5)可简化为:

$$\dot{e} = v_x \psi + v_y \quad (6)$$

根据运动学关系,航向角速度表示为:

$$\begin{cases} \dot{\psi}_d = v_x \rho \\ \dot{\psi}_h = \gamma \\ \dot{\psi} = \gamma - v_x \rho \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\psi_d$ 和 $\psi_h$ 分别为期望的和实际的航向角; $\rho$ 为道路曲率。

联立式(1)~(7),可得车辆横向稳定性和轨迹跟踪精度的状态空间方程,如式(8)所示。

$$\dot{\theta} = A\theta + Bu + W \quad (8)$$

式(8)中的向量和矩阵表示如下:

$$\begin{aligned} \theta &= [\beta \quad \gamma \quad \psi_h \quad e \quad \psi]^T \\ A &= \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_x & 0 & v_x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ b_2 & b_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ W &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -v_x \rho]^T, \\ u &= [\delta_f \quad M_z]^T, \\ a_1 &= -\frac{C_f + C_r}{mv_x^2}, a_2 = -(1 + \frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv_x^2}), \\ a_3 &= \frac{C_r l_r - C_f C_f}{I_z}, a_4 = -\frac{C_r l_r^2 + C_f l_f^2}{I_z v_x}, \\ b_1 &= \frac{C_f}{mv_x}, b_2 = \frac{C_f l_f}{I_z}, b_3 = \frac{1}{I_z}. \end{aligned}$$

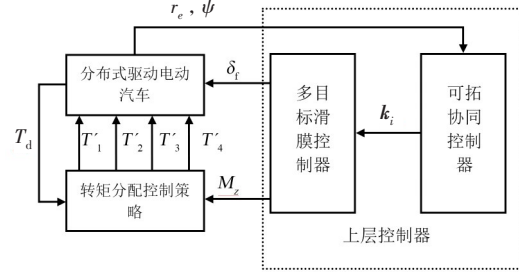
式中: $\theta$ 为系统状态量; $u$ 为输出量。

## 2 横向稳定与轨迹跟踪协调控制

### 2.1 上层控制器的设计

为了实现横向稳定与轨迹跟踪精度的协同控制,本文上层控制器采用多目标滑模控制策略。上层控制器根据期望状态量与实际状态量的差异,求得汽车行驶所需的直接横摆力矩 $M_z$ 和前轮转角 $\delta_f$ 。由于分布式驱动电动汽车采用轮毂电机

直接驱动车轮,所以需要在下层控制器中设计转矩分配控制策略,合理分配车辆四个车轮的转矩,从而实现上层控制器计算的直接横摆力矩。分层协同控制策略如图2所示。



注: $r_e$ 为横摆角速度误差; $T_d$ 为总纵向力矩; $T_1', T_2', T_3', T_4'$ 为四个车轮的转矩; $k_i$ 为权重系数。

图2 协同控制策略

Fig. 2 Coordinative control strategy

#### 2.1.1 多目标滑模控制器设计

以航向角偏差 $\psi$ 和道路横向误差 $e$ 为控制目标,滑模面 $s$ 的计算公式如式(9)如下:

$$s = k_i (\dot{\theta}'_i + \lambda_{\text{diag}} \theta'_i) \quad (9)$$

式中: $\theta'_i = [e, \psi]^T$ ;  $\lambda_{\text{diag}}$ 为滑模控制器参数,表示为 $\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$ ,其中 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 都大于零; $k_i = \text{diag}(k_1^{-1}, k_2^{-1})$ 为权重系数,由后续的可拓协同控制器确定。

对式(9)求导得:

$$\dot{s} = k_i (\ddot{\theta}'_i + \lambda_{\text{diag}} \dot{\theta}'_i) \quad (10)$$

选等速趋近率,为改善滑模抖振,使用双曲正切 $\tanh(s)$ 代替符号函数 $\text{sign}(s)$ 得:

$$\dot{s} = -\eta \tanh(s) \quad (11)$$

式中: $\eta = [\eta_1, \eta_2]^T$ ,为滑模常数。

由式(10)和(11)得:

$$\dot{s} = k_i (\ddot{\theta}'_i + \lambda_{\text{diag}} \dot{\theta}'_i) = -\eta \tanh(s) \quad (12)$$

通过运动学关系:

$$\dot{\psi} = \gamma - v_x \rho \quad (13)$$

$$v_y = v_x \beta \quad (14)$$

可得 $\ddot{\theta}'_i$ 为:

$$\ddot{\theta}'_i = \begin{bmatrix} v_x \dot{\psi} + v_x \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} - v_x \dot{\rho} \end{bmatrix} \quad (15)$$

前轮转角 $\delta_f$ 为:

$$\delta_f = \left[ (a_1 v_x + \lambda_1 v_x) \beta + (a_2 v_x + v_x) \gamma + \lambda_1 v_x \psi + k_1 \eta_1 \tanh(s) - v_x^2 \rho \right] (-b_1 v_x)^{-1} \quad (16)$$

同理,直接横摆力矩 $M_z$ 为:

$$M_z = (a_3\beta + (a_4 + \lambda_2)\gamma - v_x\rho - \lambda_2 v_x\rho + b_2\delta_f + k_2\eta_2 \tanh(s))(-b_3)^{-1} \quad (17)$$

### 2.1.2 可拓协同控制器设计

车辆在跟踪期望轨迹时,因为需要同时确保车辆的横向稳定与良好的轨迹跟踪精度,所以需要在线调整两者的权重,从而改善控制效果。本文使用可拓集合理论,建设本文所需的可拓域集合,取横摆角速度误差 $r_e$ 和航向角偏差 $\psi$ 作为在可拓集合中的特征点,定义其为 $P_0(r_e, \psi)$ ,用于评判车辆的横向稳定性。其中,两者在可拓域和经典域之间的边界值分别为 $r_{e1}, \psi_1$ ;在可拓域与非域之间的边界值分别为 $r_{e2}, \psi_2$ ,如图3所示:

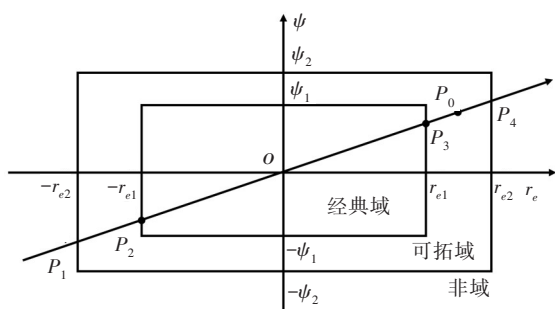


图3 可拓集合区域划分

Fig. 3 Extension set region division

连接点 $P_0$ 与原点 $O$ 作一直线,线段与经典域边界存在 $P_2$ 和 $P_3$ 两个交点,与可拓域边界存在 $P_1$ 和 $P_4$ 两个交点。 $P_0$ 点到可拓域和经典域边界的可拓距离为 $P_0$ 在可拓集合中不同位置时的可拓距,见表1。

表1 可拓距数值

Table 1 Extension distance value

$P_0$ 的位置	$c_1$	$c_2$
$[-\infty, P_1]$	$ P_0 P_1 $	$ P_0 P_2 $
$[P_1, P_2]$	$- P_0 P_1 $	$ P_0 P_2 $
$[P_2, 0]$	$- P_0 P_1 $	$- P_0 P_2 $
$[0, P_3]$	$- P_0 P_4 $	$- P_0 P_3 $
$[P_3, P_4]$	$- P_0 P_4 $	$ P_0 P_3 $
$[P_4, +\infty]$	$ P_0 P_4 $	$ P_0 P_3 $

关联函数 $K(C)$ 的计算公式如下:

$$K(C) = \frac{c_1}{c_1 - c_2} \quad (18)$$

当 $K(C) \geq 1$ 时,点 $P_0$ 处在经典域,车辆的横向稳定性极好,车辆不容易发生失稳,可以不考虑汽车行驶的横向稳定控制,取跟踪精度的权重系数 $k_1=1$ ,横向稳定的权重系数 $k_2=0$ 。

当 $1 > K(C) \geq 0$ 时,此时点 $P_0$ 在可拓域中,需同时兼顾跟踪精度与横向稳定。因为越靠近经典域车辆稳定性越好,所以越靠近经典域路径跟踪的权重越大,此时取 $k_1=K(C), k_2=1-K(C)$ 。

当 $K(C) < 0$ 时, $P_0$ 处于非域,汽车行驶稳定性差,为了防止车辆失去稳定,应着重考虑车辆的稳定性控制,因此取 $k_1=0, k_2=1$ 。

### 2.2 转矩分配控制

分布式驱动电动汽车相对于集中式驱动汽车的最大优势是四个车轮的转矩能在四个象限内独立控制。为实现上层控制器计算的直接横摆力矩 $M_z$ ,下层控制器需要进行转矩分配控制,分别得到四个车轮的转矩,包括驱动转矩和制动转矩。另外,保持车辆动力性的驱动转矩 $T_d$ 由油门踏板位移确定,并被平均分配给四个车轮。最终,施加在四个车轮的驱动转矩在保证车辆动力性的同时,也可实现车身转向所需的直接横摆力矩。这种分配策略不仅能保证车辆的横向稳定性与良好的轨迹跟踪精度,而且能够满足驾驶员的速度要求。

以往研究多采用在线优化算法实现转矩分配控制,但因计算量大,不适合车辆主动安全控制这种实时性要求高的复杂系统。本文参考文献[24]后提出一种转矩分配策略,该分配策略阐述如下:

轮胎纵向力可 $F_x$ 表示为:

$$\mathbf{F}_x = [F_{x1} \ F_{x2} \ F_{x3} \ F_{x4}]^T \quad (19)$$

令 $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,则可得:

$$\mathbf{F}_{T^*} = \mathbf{S}\mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} F_{x1} + F_{x3} \\ F_{x2} + F_{x4} \end{bmatrix} \quad (20)$$

为实现上层控制器规划的直接横摆力矩,选用轮胎附着极限利用率 $\varepsilon_i$ 为优化目标。车辆在转弯行驶时, $\varepsilon_i$ 越小,车辆越不容易横向失稳。 $\varepsilon_i$ 计算如式(21)所示:

$$\varepsilon_i = \sum_{i=1}^4 \frac{F_{xi}^2 + F_{yi}^2}{(\mu_i F_{zi}^2)} \quad (21)$$

式中: $i=1, 2, 3$ 和 $4$ ,分别代表左前轮、右前轮、左后轮和右后轮; $\mu_i$ 为轮胎与路面的附着系数; $F_{xi}$ 为车轮纵向力; $F_{yi}$ 为车轮横向力; $F_{zi}$ 为车轮垂直力。

忽略轮胎横向力影响,式(21)可简化为:

$$\varepsilon_i = \sum_{i=1}^4 \frac{F_{xi}^2}{(\mu_i F_{zi}^2)} \quad (22)$$

目标函数定义 $J$ 为:



$$J = \sum_{i=1}^4 \frac{F_{xi}^2}{(\mu_i F_{zi})^2} = \mathbf{F}_x^T \mathbf{W}_{T'} \mathbf{F}_x \quad (23)$$

式中: $F_{zi}$ 为车轮垂直载荷; $\mathbf{W}_{T'}$ 为加权矩阵,表示如下:

$$\mathbf{W}_{T'} = \text{diag}(w_1, w_2, w_3, w_4) \quad (24)$$

假设四个车轮的路面附着系数相等,则 $w_i = \frac{1}{(\mu F_{zi})^2}$

最终,优化模型表示为:

$$\min_{F_x} J = \sum_{i=1}^4 \frac{F_{xi}^2}{(\mu F_{zi})^2} \quad (25)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{S} \mathbf{F}_x = \mathbf{F}_{T'}$$

为求解上述优化问题,构建如下的汉密尔顿函数:

$$\mathbf{H} = \mathbf{F}_x^T \mathbf{W}_{T'} \mathbf{F}_x + 2\xi(\mathbf{S} \mathbf{F}_x - \mathbf{F}_{T'}) \quad (26)$$

式中: $\xi$ 为拉格朗日乘子。

对式(26)中的 $F_x$ 和 $\xi$ 求偏导数,表示如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{F}_x} = \mathbf{W}_{T'} \mathbf{F}_x + 2(\xi \mathbf{S})^T = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \xi} = \mathbf{S} \mathbf{F}_x - \mathbf{F}_{T'} = 0 \end{cases} \quad (27)$$

由式(27)知:

$$\mathbf{W}_{T'} \mathbf{F}_x = -2(\xi \mathbf{S})^T \quad (28)$$

$$\mathbf{S} \mathbf{W}_{T'}^{-1} (\mathbf{W}_{T'} \mathbf{F}_x) = \mathbf{F}_{T'} \quad (29)$$

将式(28)代入(29)可知:

$$\mathbf{S} \mathbf{W}_{T'}^{-1} (-2\mathbf{S}^T \xi^T) = \mathbf{F}_{T'} \quad (30)$$

求得 $\xi^T$ 后,代入式(28)可得:

$$\mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{x2} \\ F_{x3} \\ F_{x4} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{T'}^{-1} \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \mathbf{W}_{T'}^{-1} \mathbf{S}^T)^{-1} \mathbf{F}_{T'} = \begin{bmatrix} \frac{\mu^2 F_{z1}^2}{(\mu^2 F_{z1}^2 + \mu^2 F_{z3}^2)} (F_{x1} + F_{x3}) \\ \frac{\mu^2 F_{z2}^2}{(\mu^2 F_{z2}^2 + \mu^2 F_{z4}^2)} (F_{x2} + F_{x4}) \\ \frac{\mu^2 F_{z3}^2}{(\mu^2 F_{z1}^2 + \mu^2 F_{z3}^2)} (F_{x1} + F_{x3}) \\ \frac{\mu^2 F_{z4}^2}{(\mu^2 F_{z2}^2 + \mu^2 F_{z4}^2)} (F_{x2} + F_{x4}) \end{bmatrix} \quad (31)$$

轮胎纵向力 $F_{xi}$ 表示如下:

$$F_{xi} = \frac{T'_i}{r} \quad (32)$$

式中: $r$ 为轮胎的有效滚动半径; $T'_i$ 轮胎转矩, $i=1, 2, 3, 4$ 。

根据式(20)和式(31)可得力矩分配表达式如下:

$$\begin{bmatrix} T'_1 \\ T'_2 \\ T'_3 \\ T'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu^2 F_{z1}^2}{(\mu^2 F_{z1}^2 + \mu^2 F_{z3}^2)} \Delta T_1 \\ \frac{\mu^2 F_{z2}^2}{(\mu^2 F_{z2}^2 + \mu^2 F_{z4}^2)} \Delta T_2 \\ \frac{\mu^2 F_{z3}^2}{(\mu^2 F_{z1}^2 + \mu^2 F_{z3}^2)} \Delta T_1 \\ \frac{\mu^2 F_{z4}^2}{(\mu^2 F_{z2}^2 + \mu^2 F_{z4}^2)} \Delta T_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

式中: $\Delta T_1, \Delta T_2$ 分别为左右两侧车轮转矩之和。

当车辆直线行驶时, $\Delta T_1, \Delta T_2$ 都等于总的驱动转矩 $T_d$ 的1/2,即:

$$\Delta T_1 = \Delta T_2 = \frac{T_d}{2} \quad (34)$$

当车辆转向时,将直接横摆力矩平均分配到左右车轮, $\Delta T_1$ 和 $\Delta T_2$ 表示为:

$$\Delta T_1 = \frac{T_d}{2} - \frac{M_z r}{2l_w} \quad (35)$$

$$\Delta T_2 = \frac{T_d}{2} + \frac{M_z r}{2l_w} \quad (36)$$

式中: $l_w$ 为车辆轮距。

最终,分配到四个轮毂电机的转矩表示如下:

$$\begin{bmatrix} T'_1 \\ T'_2 \\ T'_3 \\ T'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_1^2 F_{z1}^2}{(\mu_1^2 F_{z1}^2 + \mu_3^2 F_{z3}^2)} \left( \frac{T_d}{2} - \frac{M_z r}{2l_w} \right) \\ \frac{\mu_2^2 F_{z2}^2}{(\mu_2^2 F_{z2}^2 + \mu_4^2 F_{z4}^2)} \left( \frac{T_d}{2} + \frac{M_z r}{2l_w} \right) \\ \frac{\mu_3^2 F_{z3}^2}{(\mu_1^2 F_{z1}^2 + \mu_3^2 F_{z3}^2)} \left( \frac{T_d}{2} - \frac{M_z r}{2l_w} \right) \\ \frac{\mu_4^2 F_{z4}^2}{(\mu_2^2 F_{z2}^2 + \mu_4^2 F_{z4}^2)} \left( \frac{T_d}{2} + \frac{M_z r}{2l_w} \right) \end{bmatrix} \quad (37)$$

### 3 控制性能分析

为了验证本文提出的控制器的控制效果,在MATLAB/Simulink与CarSim平台上进行仿真,以双变道路径为期望轨迹。汽车速度 $v_x=80$  km/h,路面附着系数为0.6。仿真所用的车辆参数见表2。

表2 车辆参数

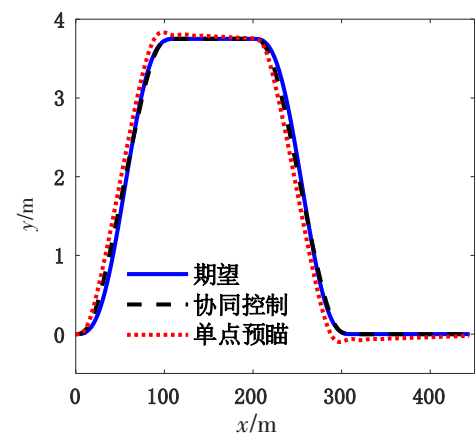
Table 2 Vehicle parameters

参数	数值	参数	数值
簧载质量/kg	1 893	转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	2 765
轴距/m	3.048	车轮有效滚动半径/m	0.338
质心到前轴距/m	1.402	质心到后轴距/m	1.646
后轮侧偏角刚度/(kN·rad <sup>-1</sup> )	75 200	前轮侧偏角刚度/(kN·rad <sup>-1</sup> )	75 200
轮距/m	1.6		

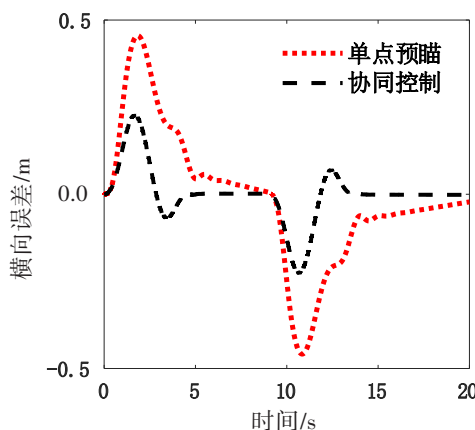
### 3.1 多目标滑模控制的性能分析

为验证本文设计的控制器的有效性,将本文设计的横向跟踪控制器与单点预瞄控制器进行比较。另外,这两个控制器的转矩分配控制策略均使用本文设计的转矩分配策略,对比的性能包括横向稳定性和轨迹跟踪精度两个方面。

以上两种控制方法下的车辆轨迹跟踪效果如图4所示。从图4(a)可以看出,协同控制车辆的实际路径与参考路径十分接近,最大误差为0.226 m,



(a) 车辆轨迹



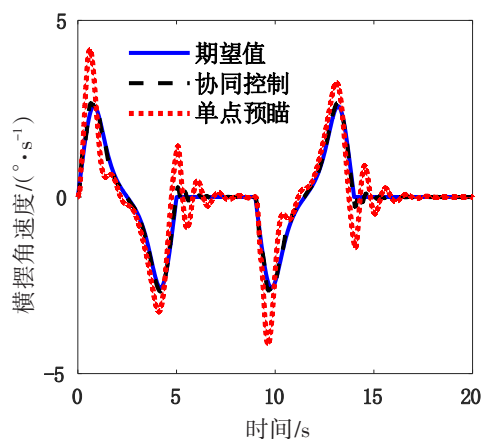
(b) 横向误差

图4 车辆轨迹与横向误差

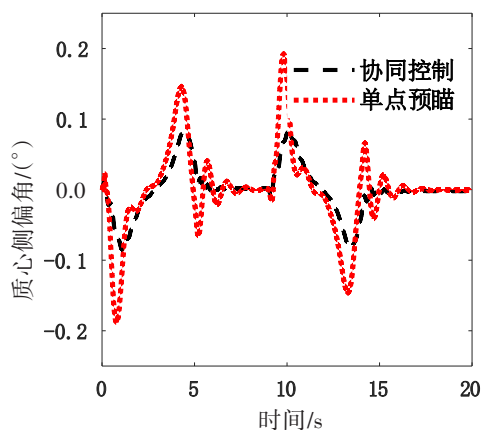
Fig. 4 Vehicle trajectory and lateral error

而单点预瞄控制方法的车辆轨迹的最大误差为0.485 m。可见,这两种控制方法均可以较好地跟踪期望参考路径,但协同控制方法要好于单点预瞄控制方法,且单点预瞄控制在第一次换道后,车辆出现了横向偏移,同样的情况在第二次换道后也有发生,两次偏移的距离都约为0.15 m。由此可知,本文提出的协同控制方法的轨迹跟踪精度比单点预瞄控制方法的高。

图5为车辆在两种不同控制方法下的实时横摆角速度与质心侧偏角。由图5(a)可以看出,在本文所提出的协同控制方法下,汽车的横摆角速度可以很好地跟踪期望横摆角速度。然而,在单点预瞄控制方法下的车辆横摆角速度与期望横摆角速度相比,两者差异明显,在9.2 s时误差达到了1.47 °/s,且单点预瞄控制方法下的车辆横摆角速度也存在较大的抖动。与单点预瞄控制方法相比,本文所提出的协同控制方法能更好地跟踪期望横摆角速度。由图5(b)可知,在协同控制方



(a) 横摆角速度



(b) 质心侧偏角

图5 横摆角速度和质心侧偏角

Fig. 5 Yaw rate and sideslip angle

法下,车辆的质心侧偏角 $\beta$ 的绝对值的最大值为 $0.082^\circ$ ,而在单点预瞄控制下的车辆质心侧偏角 $\beta$ 的绝对值的最大值为 $0.191^\circ$ ,降幅可达57%,且协同控制方法消除了单点预瞄控制下的车辆质心侧偏角抖动的问题。因此,相对于单点预瞄控制方法,本文提出的协同控制方法极大地提高了车辆的横向稳定性。

图6为车辆在两种不同控制方法下的实时前轮转角。协同控制方法下的车辆在横向稳定控制器的作用下,以更小的前轮转角实现了对期望轨迹的跟踪。然而,单点预瞄控制方法因没有横向稳定控制,所以车辆在协同控制下的汽车前轮转角要比在单点预瞄控制下的小。例如,在9.9 s时,协同控制方法的前轮转角比单点预瞄控制方法的减小了 $0.3^\circ$ ,降低了43%。较小的前轮转角,不仅能提高乘坐舒适性,还能降低车辆横向失稳的风险。

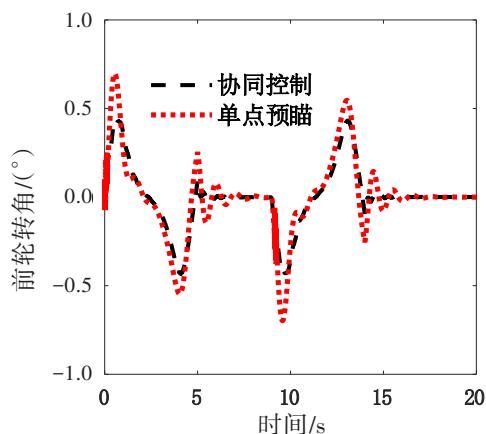


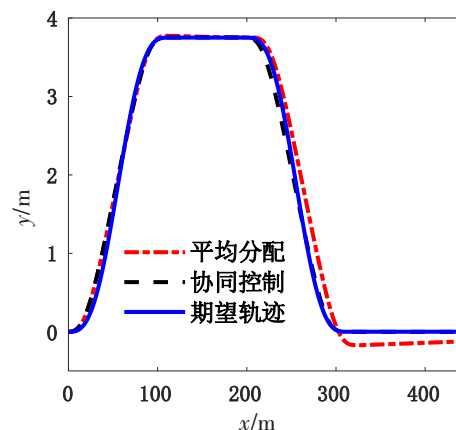
图6 前轮转角

Fig. 6 Steering angle

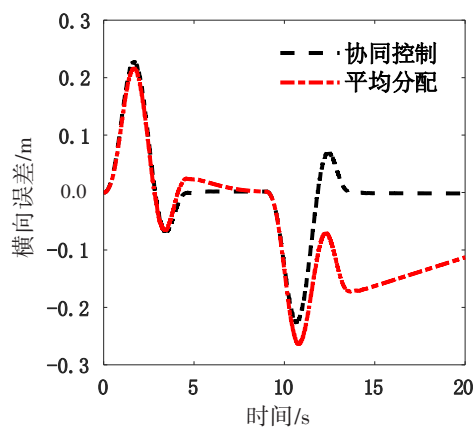
### 3.2 转矩分配的性能分析

通过将本文提出的转矩分配策略与转矩平均分配策略进行对比,验证本文所提出的分配策略的效果。两种转矩分配控制策略下的轨迹跟踪精度如图7所示。在第一次换道时,本文所提出的转矩分配策略的最大误差为0.22 m,平均分配转矩策略的最大横向误差为0.27 m,可见两种转矩分配控制策略的轨迹跟踪精度相当。但是,在第二次换道时,两种转矩分配策略下的轨迹跟踪精度差异明显,特别是换道结束时,转矩平均分配策略下的车辆轨迹仍存在较大的横向偏移,如图7(b)所示。在车辆完全返回原车道时,转矩平均分配策略下的车辆横向误差仍有0.17 m,而本文提出的转矩分配控制策略能让车辆的横向误差迅速收

敛至零。由此可知,本文所提出的转矩分配策略有利于提高车辆轨迹跟踪精度。



(a) 车辆轨迹



(b) 横向误差

图7 车辆轨迹与横向误差

Fig. 7 Vehicle trajectory and lateral error

图8为车辆在两种不同转矩分配策略下的横摆角速度及横摆力矩的对比图。由图8(a)可以看出,在本文提出的转矩分配控制下,车辆横摆角速度的绝对值的最大值为 $2.6^\circ/\text{s}$ ,而转矩平均分配控制下的车辆横摆角速度的绝对值的最大值为 $3.6^\circ/\text{s}$ 。前者较后者减小了 $1.0^\circ/\text{s}$ ,降幅达27.8%,这说明本文提出的转矩分配控制策略在改善车辆的横向稳定性方面效果更显著。上层控制器输出的直接横摆力矩的精度,会直接影响到车辆的横向稳定性。图8(b)为目标直接横摆力矩( $DY_d$ )、平均分配策略实现的横摆力矩( $DY_a$ )和本文提出的转矩分配策略实现的横摆转矩( $DY_p$ )的对比图。由图8(b)可以看出,本文提出的转矩分配控制策略实现目标直接横摆力矩的精度优于转矩平均分配策略的,因此,在本文提出的转矩分配策略下车辆的横向稳定性更好。

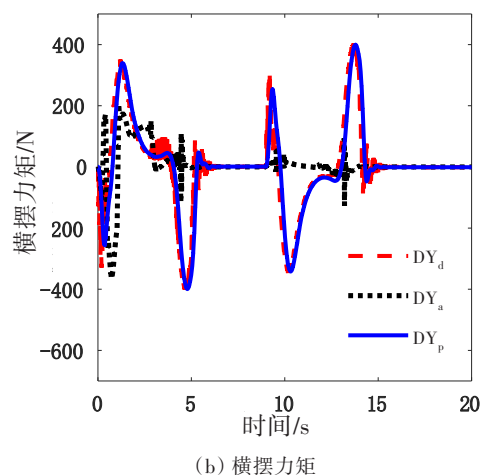
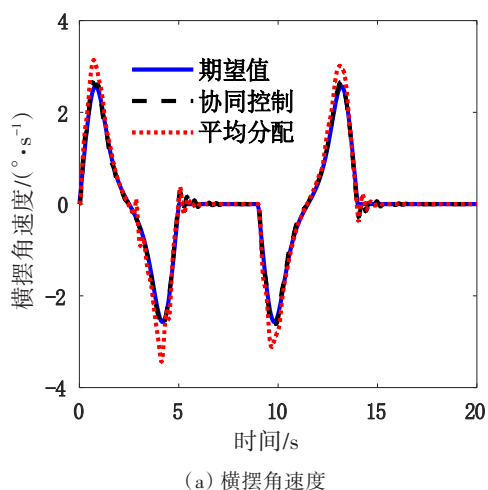


图8 横摆角速度与横摆力矩

Fig. 8 Yaw rate and yaw moment

## 4 讨论

分布式驱动电动汽车与集中驱动汽车相比具有传动系统简单、控制自由度高、发展前景好等优点。本文以分布式驱动电动汽车为研究对象,从智能汽车轨迹跟踪精度和横向稳定性两个方面入手,旨在提高车辆轨迹跟踪精度的同时保证车辆横向稳定性。本文考虑到多方面因素对车辆行驶的影响,将多目标滑模与可拓理论相结合,动态分配分布式驱动电动汽车轨迹跟踪精度和横向稳定性的控制权重,实现车辆在轨迹跟踪精度和横向稳定两个方面的协同控制。该研究具有一定的理论意义和工程应用价值。由数值仿真结果可知,本文提出的协同控制方法可以确保车辆在高速工况时的轨迹跟踪精度和横向稳定性。另外,为充分利用分布式驱动电动汽车的车轮转角控制优

势,建立了适用于四轮独立驱动电动汽车的转矩分配控制策略,即在实现上层控制器的目标直接横摆力矩时,基于最大路面附着极限利用率实现转矩优化分配,提高了实现精度。考虑到极限工况下实车试验的危险性,本文只通过数值仿真开展了控制性能验证,并且仿真工况限定为恒定车速工况。为提高性能验证结果的可靠性,后续研究应开展硬件在环仿真试验,并考虑如何在车速波动较大的工况下,提高控制策略的鲁棒性。

## 5 结论

为提高车辆轨迹跟踪精度和改善车辆的横向稳定性,本文提出了分布式驱动电动汽车轨迹跟踪与横向稳定的协同控制策略,建立了轨迹跟踪和横向稳定性的统一车辆模型和分层控制结构。另外,结合滑模控制策略及可拓集合理论,设计了多目标滑模上层控制器,计算实现轨迹跟踪的前轮转角和改善横向稳定性的直接横摆力矩。在转矩分配的下层控制器中,通过最大化路面附着极限来提高目标直接横摆力矩的实现精度。基于MATLAB/Simulink与Carsim联合仿真模型开展了控制性能分析。结果表明,本文提出的协同控制方法的车辆轨迹跟踪精度和横向稳定性均比单点预瞄控制方法的更优,协同控制方法的车辆前轮转角比单点预瞄控制方法的更小。本文提出的协同控制方法提高了乘坐舒适性,降低了横向失稳风险。通过对本文提出的转矩分配控制策略与平均分配控制策略的性能对比,证明本文提出的转矩分配控制策略能精确实现上层控制器计算出的目标直接横摆力矩,这是能改善车辆横向稳定性的另一原因。

### [参考文献]

- [1] 丁晓林,王震坡,张雷. 四轮轮毂电机驱动电动汽车驱动系统参数多目标优化匹配[J]. 机械工程学报, 2021, 57(8): 195-204. DOI: 10.3901/JME.2021.08.195.  
DING Xiaolin, WANG Zhenpo, ZHANG Lei. Powertrain sizing for four-wheel-independent-actuated electric vehicles based on multi-objective optimization [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(8): 195-204. DOI: 10.3901/JME.2021.08.195.
- [2] MARINA MARTINEZ C, HEUCKE M, WANG F Y, et al. Driving style recognition for intelligent vehicle



- control and advanced driver assistance: a survey [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2018, 19 (3): 666-676. DOI: 10.1109/TITS.2017.2706978.
- [3] LV C, HU X S, SANGIOVANNI-VINCENTELLI A, et al. Driving-style-based codesign optimization of an automated electric vehicle: a cyber-physical system approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(4): 2965-2975. DOI: 10.1109/TIE.2018.2850031.
- [4] 熊璐, 杨兴, 卓桂荣, 等. 无人驾驶车辆的运动控制发展现状综述[J]. 机械工程学报, 2020, 56(10): 127-143. DOI: 10.3901/JME.2020.10.127.
- XIONG Lu, YANG Xing, ZHUO Guirong, et al. Review on motion control of autonomous vehicles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56 (10): 127-143. DOI: 10.3901/JME.2020.10.127.
- [5] NI J, HU J B, XIANG C L. Robust path following control at driving/handling limits of an autonomous electric racecar [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(6): 5518-5526. DOI: 10.1109/TVT.2019.2911862.
- [6] 郭景华, 李克强, 罗禹贡. 智能车辆运动控制研究综述[J]. 汽车安全与节能学报, 2016, 7(2): 151-159. DOI: 10.3969/j.issn.1674-8484.2016.02.003.
- GUO Jinghua, LI Keqiang, LUO Yugong. Review on the research of motion control for intelligent vehicles [J]. Journal of Automotive Safety and Energy, 2016, 7 (2): 151-159. DOI: 10.3969/j.issn.1674-8484.2016.02.003.
- [7] 龙云泽, 封进, 张瑞宾, 等. 自适应抗扰算法的四轮驱动EV转矩控制研究[J]. 机械科学与技术, 2022, 41 (1): 75-81. DOI: 10.13433/j.cnki.1003-8728.20200625.
- LONG Yunze, FENG Jin, ZHANG Ruibin, et al. Research on torque control of four-wheel driving EV based on adaptive disturbance rejection algorithm [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2022, 41 (1): 75-81. DOI: 10.13433/j.cnki.1003-8728.20200625.
- [8] 宋晓琳, 周南, 黄正瑜, 等. 改进RRT在汽车避障局部路径规划中的应用[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2017, 44 (4): 30-37. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbk.2017.04.005.
- SONG Xiaolin, ZHOU Nan, HUANG Zhengyu, et al. An improved RRT algorithm of local path planning for vehicle collision avoidance [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2017, 44 (4): 30-37. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbk.2017.04.005.
- [9] 古天龙, 李龙. 伦理智能体及其设计: 现状和展望[J]. 计算机学报, 2021, 44 (3): 632-651. DOI: 10.11897/SP.J.1016.2021.00632.
- GU Tianlong, LI Long. Artificial moral agents and their design methodology: retrospect and prospect [J]. Chinese Journal of Computers, 2021, 44 (3): 632-651. DOI: 10.11897/SP.J.1016.2021.00632.
- [10] 赵治国, 周良杰, 朱强. 无人驾驶车辆路径跟踪控制预瞄距离自适应优化[J]. 机械工程学报, 2018, 54 (24): 166-173. DOI: 10.3901/JME.2018.24.166.
- ZHAO Zhiguo, ZHOU Liangjie, ZHU Qiang. Preview distance adaptive optimization for the path tracking control of unmanned vehicle [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54 (24): 166-173. DOI: 10.3901/JME.2018.24.166.
- [11] 寇发荣, 杨慧杰, 张新乾, 等. 采用状态反馈的无人车路径跟踪横向控制[J]. 机械科学与技术, 2022, 41 (1): 143-150. DOI: 10.13433/j.cnki.1003-8728.20200330.
- KOU Farong, YANG Huijie, ZHANG Xinqian, et al. A lateral control strategy for unmanned vehicle path tracking using state feedback [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2022, 41 (1): 143-150. DOI: 10.13433/j.cnki.1003-8728.20200330.
- [12] 张涌, 夏雨, 成海飞, 等. 智能车辆路径跟踪横向控制研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学版), 2021, 35 (7): 53-61. DOI: 10.3969/j.issn.1674-8425(z).2021.07.007.
- ZHANG Yong, XIA Yu, CHENG Haifei, et al. Research on lateral control of intelligent vehicle path tracking [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2021, 35 (7): 53-61. DOI: 10.3969/j.issn.1674-8425(z).2021.07.007.
- [13] 蔡英凤, 李健, 孙晓强, 等. 智能汽车路径跟踪混合控制策略研究[J]. 中国机械工程, 2020, 31 (3): 289-298. DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2020.03.006.
- CAI Yingfeng, LI Jian, SUN Xiaoqiang, et al. Research on hybrid control strategy for intelligent vehicle path tracking [J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31 (3): 289-298. DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2020.03.006.
- [14] 郭应时, 蒋拯民, 白艳, 等. 无人驾驶汽车路径跟踪控制方法拟人程度研究[J]. 中国公路学报, 2018, 31 (8): 189-196. DOI: 10.3969/j.issn.1001-7372.2018.08.021.
- GUO Yingshi, JIANG Zhengmin, BAI Yan, et al. Investigation of humanoid level of path tracking methods based on autonomous vehicles [J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31 (8): 189-196. DOI: 10.3969/j.issn.1001-7372.2018.08.021.
- [15] 张维刚, 张朋, 韦昊, 等. 一种基于LTV MPC改进的无人驾驶汽车路径跟踪控制算法[J]. 湖南大学学报

- (自然科学版), 2021, 48(10): 67-73. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbzkb.2021.10.008.
- ZHANG Weigang, ZHANG Peng, WEI Hao, et al. An improved path tracking control algorithm for autonomous vehicle based on LTV MPC [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2021, 48(10): 67-73. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbzkb.2021.10.008.
- [16] 姜立标, 吴中伟. 基于趋近律滑模控制的智能车辆轨迹跟踪研究[J]. 农业机械学报, 2018, 49(3): 381-386. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2018.03.048.
- JIANG Libiao, WU Zhongwei. Sliding mode control for intelligent vehicle trajectory tracking based on reaching law [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(3): 381-386. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2018.03.048.
- [17] 张茜. 智能车辆的轨迹跟踪控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- ZHANG Qian. Research on trajectory tracking control for intelligent vehicle [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
- [18] 朱铁凡. 分布式驱动电动汽车转矩优化分配策略[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2020. DOI: 10.26985/d.cnki.gesjc.2020.000160.
- ZHU Yifan. The research on optimized torque distribution strategy for distributed drive electric vehicle [D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2020. DOI: 10.26985/d.cnki.gesjc.2020.000160.
- [19] 任周强. 分布式驱动电动汽车整车控制系统设计与实现[D]. 西安: 长安大学, 2022. DOI: 10.26976/d.cnki.gchau.2022.000069.
- REN Zhouqiang. Design and implementation of vehicle control system for distributed drive electric vehicle [D]. Xi'an: Chang'an University, 2022. DOI: 10.26976/d.cnki.gchau.2022.000069.
- [20] 徐兴, 卢山峰, 陈龙, 等. 基于差动和自主转向协调的分布式驱动无人车轨迹跟踪[J]. 汽车工程, 2018, 40(4): 475-481. DOI: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2018.04.015.
- XU Xing, LU Shanfeng, CHEN Long, et al. Trajectory tracking of distributed-drive self-driving vehicle based on coordination between autonomous steering and differential steering [J]. Automotive Engineering, 2018, 40(4): 475-481. DOI: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2018.04.015.
- [21] 蔡英凤, 臧勇, 孙晓强, 等. 基于可拓切换控制方法的智能车辆车道保持系统研究[J]. 中国公路学报, 2019, 32(6): 43-52. DOI: 10.19721/j.cnki.1001-7372.2019.06.004.
- CAI Yingfeng, ZANG Yong, SUN Xiaoqiang, et al. Lane-keeping system of intelligent vehicles based on extension switching control method [J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(6): 43-52. DOI: 10.19721/j.cnki.1001-7372.2019.06.004.
- [22] 蔡英凤, 秦顺琪, 臧勇, 等. 基于可拓优度评价的智能汽车横向轨迹跟踪控制方法[J]. 汽车工程, 2019, 41(10): 1189-1196. DOI: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2019.010.012.
- CAI Yingfeng, QIN Shunqi, ZANG Yong, et al. Lateral trajectory tracking control scheme for intelligent vehicle based on extension goodness evaluation [J]. Automotive Engineering, 2019, 41(10): 1189-1196. DOI: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2019.010.012.
- [23] 张志勇, 俞佳栋, 杜荣华. 分布式驱动电动汽车横向稳定性抗饱和滑模控制[J/OL]. 长沙理工大学学报(自然科学版), 2023: 1-9 [2023-11-08]. <https://doi.org/10.19951/j.cnki.1672-9331.20220114002>.
- ZHANG Zhiyong, YU Jiadong, DU Ronghua. Anti-saturation sliding mode control for lateral stability of distributed drive electric vehicle [J/OL]. Journal of Changsha University of Science & Technology (Natural Science), 2023: 1-9 [2023-11-08]. <https://doi.org/10.19951/j.cnki.1672-9331.20220114002>.
- [24] ALMEIDA S, ARAÚJO R E. Fault-tolerant control using sliding mode techniques applied to multi-motor electric vehicle [C]//39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Vienna: IEEE, 2014. DOI: 10.1109/IECON.2013.6699696.

## Cooperative control of trajectory tracking and lateral stability of distributed driven electric vehicle

ZHANG Zhiyong, JIN Bowen

(School of Automotive and Mechanical Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

**Abstract:** [Purposes] Aiming at the multi-objective control of vehicle lateral stability and tracking accuracy in the process of vehicle trajectory tracking, a cooperative control strategy of vehicle trajectory tracking and lateral stability based on extension set is proposed taking. [Methods] A unified vehicle model including vehicle trajectory tracking accuracy and lateral stability was established, the upper controller was realized based on sliding mode control strategy, and the steering angle for vehicle trajectory tracking and the direct yaw moment to improve lateral stability were planned. Combined with the extension set theory, an adaptive adjustment method of two control weights of trajectory tracking accuracy and lateral stability was proposed to realize the collaborative control of two control objectives. Taking advantage of the independent control of four wheel torques for distributed drive electric vehicle, a wheel torque distribution control strategy to maximize the utilization of road adhesion limit was proposed to achieve the purpose of reliable realization of direct yaw moment. [Findings] Applying the co-simulation of MATLAB/Simulink and CarSim, the proposed cooperative control strategy improves the vehicle lateral stability while ensuring the trajectory tracking accurate. [Conclusions] The simulation results show that the extension distance based on the vehicle lateral stability index can accurately evaluate the vehicle lateral stability, the proposed adaptive adjustment method of control weights can coordinate the trajectory tracking accuracy and lateral stability, and the torque distribution control strategy can reliably realize the direct yaw moment.

**Key words:** lateral stability; trajectory tracking; distributed drive electric vehicle; torque distribution control; extension set

**Manuscript received:** 2022-05-04; **revised:** 2022-05-11; **accepted:** 2022-05-11

**Foundation item:** Project (51675057) supported by the National Natural Science Foundation of China ; Projects (18K049, 20A018) supported by the Scientific research project of Hunan Provincial Department of Education

**Corresponding author:** Zhang Zhiyong (1976—) (ORCID: 0000-0002-8970-1086), male, associate professor, research interest: intelligent vehicle and electric vehicle technology. E-mail: zzy04@163.com

(责任编辑:刘平;校对:赵冰;英文编辑:刘至真)