

文章编号:1672-9331(2017)03-0068-05

# 基于随机网络的工程项目进度优化

彭军龙, 汤 奇

(长沙理工大学 交通运输工程学院, 湖南 长沙 410004)

**摘 要:** 针对进度计划中工作个数众多以及持续时间常呈现不同的随机分布特征, 综合分析了正态分布、0-1分布和均匀分布3种分布特征相混合的情形下工期的确定问题, 并从概率论的角度对完工保证率进行了分析。考虑上述3种分布特征情形, 建立了工期与保证率之间的函数关系模型, 并运用蒙特卡罗模拟进行仿真运算, 得出了各工期的保证率。最后通过案例模拟结果, 验证了模型的有效性和正确性。

**关键词:** 进度优化; 随机性; 概率分布; 蒙特卡罗模拟; 保证率

中图分类号: TU721.3

文献标识码: A

## Engineering project scheduling optimization based on stochastic network

PENG Jun-long, TANG Qi

(School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410004, China)

**Abstract:** Exploring the optimization of project progress in stochastic environment has a positive effect on the smooth implementation of the project. The duration of each work in the schedule is often presented with different random distribution characteristics. This paper analyzes the problem of the construction period of the normal distribution, the 0-1 distribution and the uniform distribution of the distribution characteristics. From the perspective of probability theory, the guarantee rate of completion is analyzed. Through the construction of the three distribution characteristics of the duration and completion of the relationship between the guarantee rate, and the use of Monte Carlo simulation simulation operations, the completion of the duration of the guarantee rate.

**Key words:** progress optimization; random distribution; monte carlo simulation; guarantee rate

在众多领域中都存在着人为的或客观的不确定性, 如: 模糊性、随机性、粗糙性及多重不确定性等。随机性是一类被考虑的不确定性, 电力、通信、管理等领域广泛引入随机性理论<sup>[1-3]</sup>, 以减少

不确定性因素对问题的影响。模糊性理论是用来刻画不确定性的理论, 在工程领域中主要考虑模糊性<sup>[4-6]</sup>。国内外进度控制方法有很多, 主要有甘特图法、S型曲线比较法、香蕉型曲线比较法、行政

收稿日期: 2017-06-19

基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(2015JJ2004)

作者简介: 彭军龙(1976-), 男, 湖南岳阳人, 长沙理工大学副教授, 博士, 主要从事项目管理以及公路工程可行性研究等方面的研究。

干预法和网络计划技术等方法。传统的进度控制方法无法解决现实中存在的随机因素,而随机网络方法既考虑了随机因素,又继承了网络计划技术的优点。

工程项目的进度计划主要面临工作个数很多和工作时间不确定性等问题。不确定性是绝对存在的,若不考虑其不确定性,所得的工期误差较大。各工作的持续时间往往是不能事先确定的,因为工作的持续时间具有不确定性,研究工程的各种优化问题中也往往含有各种不确定性。缺少不确定性的进度计划一定程度上会制约工程进度的控制和合理优化。

近年来,国内外的一些研究者对工程的进度优化做了相关研究,在工作个数众多的条件下,主要考虑工作持续时间确定性或者不确定性中的模糊性并应用进化算法<sup>[7-9]</sup>、遗传算法<sup>[10,11]</sup>、粒子群算法<sup>[12]</sup>、蚁群算法<sup>[13]</sup>等人工智能算法进行综合优化。而上述研究尚未考虑工作持续时间为不确定性中随机性的情形,鉴于此,作者对工程进度计划中工作的持续时间可能存在正态分布、0-1分布、均匀分布及其他分布等情形,构造关于工期与完工保证率之间的函数关系模型,再运用蒙特卡罗模拟计算工程最可能工期及各工期的完成概率,以此来提高工期精度,对工期做进一步的优化。

## 1 模型的构建

### 1.1 保证率

进度计划工期是由关键工作的工作时间所决定的,非关键工作影响工期的可能性比较小,因此工期只考虑关键工作。设  $P_c$  表示工期的完成概率,即完工保证率,  $N_i$  表示服从正态分布的第  $i$  关键工作的工作时间,  $B_j$  表示服从 0-1 分布的第  $j$  关键工作的工作时间,  $U_k$  表示服从均匀分布的第  $k$  关键工作的工作时间,则完工保证率计算公式为:

$$P_c = P(\sum N_i + \sum B_j + \sum U_k \leq C). \quad (1)$$

式中:  $N_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$ ,  $B_j \sim B(1, P)$ ,  $U_k \sim U(a_k, b_k)$ ;  $\mu_i$  表示服从正态分布的第  $i$  关键工作的工作时间的均值;  $\sigma_i$  表示服从正态分布的第  $i$  关键工作的工作时间的标准差;  $P$  表示服从 0-1 分布的关键工作的发生概率;  $a_k$  表示服从均匀分布的第

$k$  关键工作的工作时间区间上限;  $b_k$  表示服从均匀分布的第  $k$  关键工作的工作时间区间下限;  $C$  表示工期。

$P_c$  的数值计算是由多维正态分布、0-1 分布和均匀分布组成的联合分布的数值计算,其联合分布是很难表示出来的。由于计算机系统的高速发展,这种大型计算的问题是可以计算机解决的。本研究针对  $P_c$  的数值计算是运用蒙特卡罗算法的原理来进行的,其数值等于同分布联合概率之和:

$$\begin{cases} P_c = P(\sum N_i) + P(\sum B_j) + P(\sum U_k) \\ P(\sum B_j) = C_j \sum B_j P^{\sum B_j} \\ P(\sum U_k) = \int_{a_1}^{U_1} \cdots \int_{a_k}^{U_k} \frac{1}{(b_1 - a_1) \cdots (b_k - a_k)} dX^\circ \\ \sum N_i + \sum B_j + \sum U_k \leq C \end{cases} \quad (2)$$

### 1.2 多维随机分布的蒙特卡罗模拟

对于式(2)的  $P(\sum N_i)$ , 其多维正态分布概率的计算表达式为:

$$P(\sum N_i) = (2\pi)^{-\frac{i}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{N_1} \cdots \int_{-\infty}^{N_i} e^{-\frac{1}{2} X^t \Sigma^{-1} X} dX. \quad (3)$$

式中:  $X = (x_1, x_2, \dots, x_i)^t$ ,  $\Sigma$  为  $i \times i$  的协方差矩阵。

多维正态分布概率公式(3)可以变换成如下形式<sup>[14]</sup>:

$$P(\sum N_i) = \int_0^1 \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) dw. \quad (4)$$

式中:

$$f(w) = (e_1 - d_1)[e_2(w) - d_2(w)] \cdots [e_i(w) - d_i(w)]. \quad (5)$$

运用蒙特卡罗模拟算法对式(4)进行进一步求解。选取  $[0, 1]$  区间内的一个概率分布函数  $g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1})$ , 当它满足  $g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) \in D$  时, 且  $g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) \neq 0$  时, 则令:

$$\begin{cases} * f(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) = \frac{f(w_1, w_2, \dots, w_{i-1})}{g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1})}, & g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) \neq 0 \\ 0, & g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)可以将式(4)的  $P(\sum N_i)$  转化为如下结果:

$$P(\sum N_i) = \int_0^1 \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) dw = \int_0^1 \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1}) dw = E[f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{i-1})] \quad (7)$$

根据式(7)可以得出  $P(\sum N_i)$  是随机变量函数  $f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{i-1})$  的数学期望。

在随机条件下,抽取服从  $g(w_1, w_2, \dots, w_{i-1})$  的  $N$  个随机样本点,并计算出  $N$  个样本点的函数值  $f(\xi_{j1}, \xi_{j2}, \dots, \xi_{ji-1})$ , 则  $P(\sum N_i) \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\xi_{j1}, \xi_{j2}, \dots, \xi_{ji-1})$ 。

利用中心极限定理,可以得出蒙特卡罗模拟算法的误差为  $O(N^{-1/2})$ , 其中,  $O(N^{-1/2})$  只是一个概率意义上的统计结果,并不是真正意义上的绝对误差的上界。

## 2 案例分析

### 2.1 案例参数

某工程项目的主体结构模板工程,其中涉及到许多工作,在加工、安装、加固的过程中都存在随机因素的影响。根据施工方案规定,主体结构模板工程必须满足以下要求:①保证结构、构件各部分形状尺寸和相互间位置的正确;②必须具有足够的强度、刚度和稳定性;③模板接缝严密,不得漏浆;④便于模板的安拆。所以,为了使工程质量得到保证,在工作进行中要对工程关键的施工过程进行检查,使其质量得到保证。工程的施工流程如图1所示。

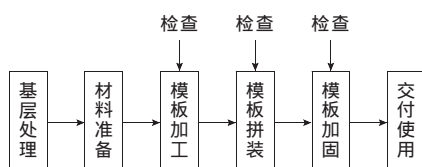


图1 模板工程施工流程

Fig. 1 Template construction process

通常情况下,工作持续时间和检查持续时间会存在随机因素的影响。假设工作持续时间服从

正态分布,检查持续时间服从均匀分布,检查修改与调整服从0—1分布,根据以往实施同类工作所需要的时间经验数据进行统计,得出时间的概率分布、分布参数及工作执行成功的概率。工作参数如表1所示。

表1 工作参数

Table 1 Working parameters

工作代号	工作名称	实现概率	时间/d	
			分布类型	参数
1—2	基层处理	1.00	正态分布	$N(2, 1/3)$
2—3	材料准备	1.00	正态分布	$N(3, 1/3)$
3—4	模板加工	1.00	正态分布	$N(12, 4/3)$
4—5	加工检查	1.00	均匀分布	$U(1, 2)$
5—6	模板修改	0.01	0—1分布	2
6—7	模板拼装	1.00	正态分布	$N(20, 2)$
7—8	拼装检查	1.00	均匀分布	$U(1, 3)$
8—9	拼装调整	0.05	0—1分布	3
9—10	模板加固	1.00	正态分布	$N(10, 2/3)$
10—11	加固检查	1.00	均匀分布	$U(1, 2)$
11—12	加固处理	0.05	0—1分布	1
12—13	交付使用	1.00	常数	1

根据表1中的参数绘制进度计划图,结果如图2所示。

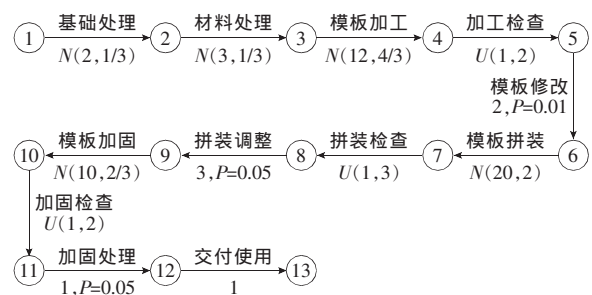


图2 模板工程进度计划

Fig. 2 Template engineering schedule

### 2.2 模拟求解

基于蒙特卡罗模拟算法原理,对上述案例进行程序设计,得出工期与完工保证率关系图(如图3所示)。

由于蒙特卡罗模拟算法具有随机性,每次运行程序可能得到不同的解。当设置的样本  $N$  越大时,计算误差越小,但是运行时间较长。在设置了

样本  $N$  较大的前提下,为了尽可能减小案例结果的随机误差,对该程序进行了 20 次模拟试验,其完工保证率的变化幅度不大。

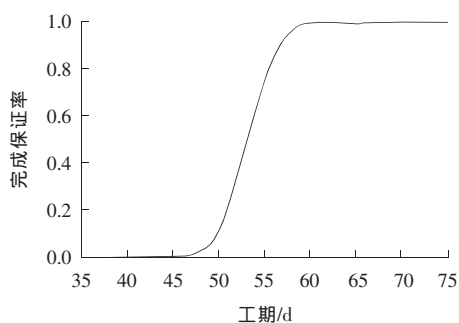


图 3 工期与保证率关系图

Fig. 3 Relation between duration and guarantee rate

根据图 3 的曲线分布情况,在乐观工期和最可能工期范围内,选取工期为整数的点,得到工期与完工保证率数值表(如表 2 所示)。

表 2 工期与保证率数值表

Table 2 Duration and guarantee rate value

工期/d	保证率	工期/d	保证率	工期/d	保证率
51	0.208 5	55	0.750 1	59	0.980 1
52	0.329 5	56	0.849 0	60	0.993 2
53	0.463 1	57	0.916 1	61	0.997 1
54	0.614 1	58	0.962 5		

由该模板工程的工作参数可以得到乐观工期是 51 d,悲观工期是 75 d。根据蒙特卡罗模拟的结果可知,当工期为 61 d 时,其完工保证率达到 99.71%。结合小概率原则,该工期 61 d 即为最可能工期,其中,最可能工期与乐观工期相差 10 d,差值占乐观工期的 19.61%;最可能工期与悲观工期相差 14 d,差值占悲观工期的 18.67%。

实际工程中包含大量的分部分项工作,且工作时间较长,则乐观工期、最可能工期和悲观工期相差天数累积就越大。管理者或决策者可以根据工期与完工保证率关系图、数值表,得到其工期对应的保证率或者保证率对应的工期,以采取相应的措施来保证工程计划的顺利实施。

### 3 结论

在工程进度计划中,工程的计划工期往往是

悲观工期,而实际工程往往存在随机情形,因此最可能工期能够替代计划工期。为了合理地计算最可能工期,作者考虑正态分布、0—1 分布和均匀分布 3 种分布特征相混合的随机性,并在此基础上应用蒙特卡罗模拟对保证率和最可能工期进行计算,得出了工期与保证率关系图。

1) 在工程进度计划中,考虑正态分布、0—1 分布和均匀分布 3 种分布特征相混合情形,提高了模型的合理性,为引入多维度多分布的情形提供了基础。

2) 在原有优化方案的基础上考虑关键工作的随机性,根据最可能工期提高工期精度,以此对计划工期进一步优化,且最可能工期能够作为体现施工单位管理水平的标准。

3) 在工期与保证率关系图中,决策者能够根据主观的工期得到其对应的保证率,或者根据保证率得到其所对应的工期,为决策提供了科学依据。

### 〔参考文献〕

- [1] 徐立中,易永辉,朱承治,等.考虑风电随机性的微网多时间尺度能量优化调度[J].电力系统保护与控制,2014(23):1-8.  
XU Li-zhong, YI Yong-hui, ZHU Cheng-zhi, et al. Multi-time scale energy optimal scheduling for micro-network considering wind power randomness[J]. Power System Protection and Control, 2014(23): 1-8.
- [2] 吴杨,王韬,邢萌,等.基于密文随机性度量值分布特征的分组密码算法识别方案[J].通信学报,2015(4): 150-159.  
WU Yang, WANG Tao, XING Meng, et al. Recognition scheme of block cipher algorithm based on categorical randomness metrics distribution[J]. Journal of Communications, 2015(4): 150-159.
- [3] 张连增,段白鸽.基于已决赔款与已报案赔款相关性的随机性准备金进展法[J].管理评论,2013(5): 155-166.  
ZHANG Lian-zeng, DUAN Bai-ge. Based on the contingency claims and the reported claims[J]. Management Comments, 2013(5): 155-166.
- [4] 江新,李琦,沈力,等.基于 ANP—灰色模糊的水电工程项目群风险预警研究[J].中国安全科学学报,2014(6): 146-152.

- JIANG Xin, LI Qi, SHEN Li, et al. Research on risk early warning of hydro-power project based on anp-gray fuzzy[J]. Chinese Journal of Safety Science, 2014(6): 146-152.
- [5] 田林钢, 靳聪聪, 巴超. 改进的模糊层次分析法在海堤工程安全评价中的应用[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2013(3): 317-320, 327.
- TIAN Lin-gang, JIN Cong-cong, BA Chao. Application of improved fuzzy analytic hierarchy process in seawall engineering safety evaluation[J]. Journal of Wuhan University: Engineering Science, 2013(3): 317-320, 327.
- [6] 伊长生, 高建炳. 基于模糊规划的工程项目工期—成本—质量均衡优化研究[J]. 工程管理学报, 2015(1): 129-133.
- YI Chang-sheng, GAO Jian-bing. Research on construction period—cost-quality equilibrium optimization of engineering project based on fuzzy programming[J]. Journal of Engineering Management, 2015(1): 129-133.
- [7] 刘泽, 赵胜利, 王晓燕. 基于模糊进化算法的建筑工程进度优化研究[J]. 河北农业大学学报, 2012(1): 98-101, 110.
- LIU Ze, ZHAO Sheng-li, WANG Xiao-yan. Study on optimization of construction engineering progress based on fuzzy evolutionary algorithm[J]. Journal of Agricultural University of Hebei, 2012(1): 98-101, 110.
- [8] 马黎. 基于多目标进化算法的高层建筑施工进度优化[D]. 保定: 河北农业大学, 2014.
- MA Li. Optimization of construction progress of high-rise buildings based on multi-objective evolutionary algorithm[D]. Baoding: Agricultural University of Hebei, 2014.
- [9] 刘泽. 基于模糊和多目标进化算法的建筑工程施工进度优化研究[D]. 保定: 河北农业大学, 2012.
- LIU Ze. Research on construction schedule optimization of construction engineering based on fuzzy and multi-objective evolutionary algorithm[D]. Baoding: Agricultural University of Hebei, 2012.
- [10] 于金龙, 焦艳彬, 杨林振, 等. 遗传算法在水利工程施工进度优化中的应用研究[J]. 中国农村水利水电, 2013(11): 72-75.
- YU Jin-long, JIAO Yan-bin, YANG Lin-zhen, et al. Application of genetic algorithm in construction optimization of water conservancy project[J]. China Rural Water and Hydropower, 2013(11): 72-75.
- [11] 欧阳红祥, 刘炳胜, 李欣. 网络计划多资源均衡优化遗传算法[J]. 武汉理工大学学报: 信息与管理工程版, 2013(2): 180-182, 190.
- OUYANG Hong-xiang, LIU Bing-sheng, LI Xin. Network planning multi-resource equilibrium optimization genetic algorithm DOI[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Information and Management Engineering, 2013(2): 180-182, 190.
- [12] 张厚先, 杨昭兰. 基于粒子群算法的大型网络计划费用优化[J]. 数学的实践与认识, 2015(11): 142-148.
- ZHANG Hou-xian, YANG Zhao-lan. Optimization of large-scale network planning cost based on particle swarm optimization[J]. The Practice and Understanding of Mathematics, 2015(11): 142-148.
- [13] 李倩, 刘霁. 基于蚁群算法的工程项目资源受限施工进度优化[J]. 中南林业科技大学学报, 2011(8): 147-151.
- LI Qian, LIU Ji. Optimization of construction project resource-limited construction schedule based on ant colony algorithm[J]. Journal of Central South University of Forestry and Technology, 2011(8): 147-151.
- [14] 岳晓鹏, 李慧慧. 多维正态分布的数值计算[J]. 西安文理学院学报: 自然科学版, 2013(4): 29-32.
- YUE Xiao-peng, LI Hui-hui. Numerical computation of multidimensional normal distribution[J]. Journal of Xi'an University of Arts and Science: Natural Science Edition, 2013(4): 29-32.